Общее решение уравнения (8) есть суперпозиция: $\chi(q) = \chi_{[0]}(q) + \chi_{[1]}(q) + \chi_{(\lambda)}(q) + \ldots$, и в согласии с законом Нернста при $\bar{s}_{0(\lambda)} = \bar{s}_{0[0]} = \bar{s}(q = 0) = 0$ достаточно считать, что $D_\lambda \mapsto A_{[0]}$. Тогда для соответствующих химпотенциалов получим: $\mu(T, \bar{v}) = \mu_{[1]}(T, \bar{v}) + \mu_{(\lambda)}(T, \bar{v})$, где

$\mu_{(\lambda)} = \mu_{[0]} = (\lambda + 1)\frac{\mathrm{A}_{[0]}}{\bar{v}^\lambda}$,

$\frac{\mu_{[1]}(T,\bar{v})}{T} = (\lambda + 1)\bar{\mathrm{A}} - \bar{\mathrm{A}}\, ln\frac{q}{q_0} - \bar{s}_{0[1]}$,

т.к. $\bar{s}_{[1]}(q) = \bar{\mathrm{A}}\, ln\frac{q}{q_0} + \bar{s}_{0[1]}$, (27)

как следствие нарушающих закон Нернста $\chi_{[1]}(q)$ и

$\frac{\mu_{[1]}(T,\bar{v})}{T} = \bar{\mathrm{A}}[1 + \varpi(\bar{v})] - \bar{\mathrm{A}}\, ln\frac{q}{q_0} - \bar{s}_{0[1]}$. (28)

Т.е. в отсутствие при данном λ вкладов $\chi_{[0]}(q)$ и $\chi_{[1]}(q)$ имеем решение $\chi_{(\lambda)}(q) = A_\lambda q^{1+1/\lambda}$ с

$f_{(\lambda)}(z) = A_\lambda z^{1+1/\lambda}, \quad U_{(\lambda)}(T, V) = A_\lambda V T^{1+1/\lambda}$,

$S_{(\lambda)}(z) = (\lambda + 1)A_\lambda z^{1/\lambda} = (\lambda + 1)A_\lambda V T^{1/\lambda}$, (29)

$P_{(\lambda)}(T) = \lambda u_{(\lambda)}(T) = \lambda A_\lambda T^{1+1/\lambda}$,

$C_{V(\lambda)} = \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right)A_\lambda V T^{1/\lambda}$, $\mu_{(\lambda)} = 0$ при $\mathrm{A} = 0$,

т.е. $\bar{\varepsilon}(0, \bar{v}) = 0$, (30)

где поэтому в соответствии с (21), (22) несохраняющаяся величина N выпадает из экстенсивных функций состояния $U_{(\lambda)}$, $S_{(\lambda)}$ и т.д., как и химпотенциал – из интенсивных в (30). Темной энергии отвечает возможный для этого решения предельный переход $\lambda \to -1$, при котором, однако, происходит вырождение не только решений $\chi_{[0]}$ и $\chi_{(-1)}$ как уравнений состояния, но и как процессов. При $q \equiv T/\bar{v}$, $z \equiv T/V$ имеем $q => \beta(\bar{s})$, $z => b(S)$ наряду с

$-P = u = f_{(-1)}(z) = \chi_{(-1)}(q) = A_{-1} = Q_{-1}$

$\mapsto \mathrm{A} = \chi_{[0]} = \chi_{(-1)}(\beta) = f_{(-1)}(b) \neq 0$,

при $\mu_{(-1)} = \mu_{[0]} \to 0$, (31)

и $S_{(-1)} = C_V = C_P = C_S \equiv 0$, $U_{(-1)} = A_{-1}V = A_{-1}T/b$, для произвольных T, V и $z \equiv T/V$. (32)

Т.е. адиабатический – изобарический процесс оказался единственно возможным в этой вакуумной среде, а ее температура оказалась неопределенной и излишней термодинамической переменной. Тогда выполнение уравнения процесса $z = b = const$ как $T = bV$ наряду с уравнениями состояния — процесса (31) означает, что, либо $b = 0$ и $T = 0$ в (32) в согласии со значениями энтропии и теплоемкостей из принципа Нернста; либо $b = \pm\infty$ и, стало быть, $T = \pm\infty$, с теми же S, C_V, C_P, так или иначе «отвязывая» температуру T от объема V. Подстановка $u(T, \bar{v})$ *из* (21), (22) в ИФ (4) для функций от $q = T\bar{v}^\lambda$, $z = TV^\lambda$, с произвольным собственным объемом V однородной изотропной среды, независимо от фактора $a(t)$ дает:

$\chi(q) = B_\lambda\left[\frac{\bar{v}}{a^3}\right]^{\lambda+1} \equiv B_\lambda\left[\frac{q}{Z_\lambda(a)}\right]^{1+1/\lambda}$,

$f(z) = B_\lambda\left[\frac{V}{a^3}\right]^{\lambda+1} \equiv B_\lambda\left[\frac{z}{Z_\lambda(a)}\right]^{1+1/\lambda}$,

$Z_\lambda(a) = T[a(t)]^{3\lambda}$. (33)

При $\lambda = -1$ в (5), (31): $A_{-1} = B_{-1} = Q_{-1}$, независимо от интерпретации $a(t)$ для этой среды и от значений для нее полных энтропии S_a и числа N_a частиц в сопутствующем объеме V_a. При $\lambda = 0$ имеем $z = q = T = Z_0(a)$ и для $\chi_{(\lambda)}(q)$ из (29), (30) такой предел не существует. Однако в силу (11) первое выражение $\chi(q)$ в (33) означает, что «работает» решение $\chi_{[0]}(q)$: $\bar{\varepsilon}_0(T, \bar{v}) \mapsto \chi_0(T) = B_0/N_a = const = \chi_{[0]}(q) = A$, с возможной примесью $\chi_{[1]}(q)$ при $\bar{A} = 0$, но с $\mu = \mu_{(0)} + \mu_{[1]} \equiv A - T\bar{s}_{0[1]} \mapsto A$, т.к. $\bar{\varepsilon}_0 \mapsto A$ отвечает нерелятивистской "пыли" с $P = 0$, $T = 0$. Выражение же $f(z = T)$ в (33) имеет смысл лишь при $V \mapsto a^3$ с B_0 в качестве полной массы. При $\lambda = 1/3$ уравнения (29), (30), (33) описывают известную ультрарелятивстскую среду, а $\lambda = 2/3$ дает нерелятивистский вырожденный идеальный бозе-газ; $Z_\lambda(a) => b(S_a) = const$ и в силу закона эволюции температуры [Горбунов, Рубаков, 2002], и в силу уравнения адиабаты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Вайнберг С. Космология. М.: УРСС, 2013. 605 с.

Горбунов Д.С., Рубаков В.А. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего Большого взрыва. М.: УРСС. 2022. 614 с.

Квасников И.А. Теория равновесных систем. Термодинамика. М.: УРСС. 2002. 238 с.

Чернин А.Д. Темная энергия и всемирное тяготение // УФН. 2008. Т. 178, № 3. С. 267–300.