

К ТЕРМОДИНАМИКЕ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ

С.Э. Коренблит^{1,2}, Э.Г. Аман², А.Д. Москаленко²

¹Лаборатория Ядерных Проблем ОИЯИ, Дубна, Россия,
korenblit@ic.isu.ru

²Иркутский государственный университет, Иркутск, Россия

ON THERMODYNAMICS OF DARK ENERGY

S.E. Korenblit^{1,2}, E.G. Aman², A.D. Moskalenko²

¹Laboratory of Nuclear Problems JINR, Dubna, Russia,
korenblit@ic.isu.ru

²Irkutsk State University, Irkutsk, Russia

Аннотация. Показано, что для однокомпонентной среды условия равновесия и устойчивости исключают существование квинтэссенции вида $P = \lambda u$, а вырождение уравнений состояния и процессов вакуумной среды фиксируют ее температуру либо нулевой, либо бесконечной.

Ключевые слова: квинтэссенция, темная энергия.

Abstract. It is shown that the conditions of equilibrium and stability for one-component medium exclude the possibility of quintessence of the form $P = \lambda u$, and the degeneracy of the equations of state and processes of the vacuum medium fix its temperature either zero or infinite.

Keywords: quintessence, dark energy.

ВВЕДЕНИЕ

Основу динамической космологии в однородном и изотропном пространстве с метрикой Фрийдмана-Леметра-Робертсона-Уокера (FLRW) $d\tau^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) dl^2$ составляют: а) следствия уравнений Эйнштейна в форме уравнения Фрийдмана и условия ковариантного сохранения тензора энергии-импульса (G — константа Ньютона) [Горбунов, Рубаков, 2022]:

$$H^2(t) = \Gamma u - \frac{\kappa c^2}{a^2(t)},$$

$$\frac{du}{P+u} = -3 \frac{da}{a} = -3H(t)dt, \text{ где } \Gamma = 8\pi G/3,$$

$$H(t) \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}, \quad (1)$$

— параметр Хаббла для масштабного фактора $a(t)$ метрики FLRW с производной $\dot{a}(t)$ по мировому времени t , скоростью света c и квадратом dl^2 безразмерного элемента длины трехмерного пространства постоянной кривизны знака $\kappa = 0, \pm 1$ [Вайнберг, 2013]; б) уравнение состояния космологической среды как связь $P = P(u)$ ее давления с внутренней энергией U обычно линейная $P = \lambda u$, где одна экстенсивная и пять интенсивных величин:

$$\frac{PV}{\lambda} = U(T, V, N), \quad u(T, \bar{v}) = \frac{U}{V},$$

$$\sigma(T, \bar{v}) = \frac{S}{V}, \quad \text{и } \bar{v} = \frac{V}{N}, \quad \bar{\varepsilon}(T, \bar{v}) = \frac{U}{N},$$

$$\bar{s}(T, \bar{v}) = \frac{S}{N}, \quad (2)$$

есть зависящие и от температуры T среды, соответственно: полная внутренняя энергия U , объемные плотности этой энергии и энтропии, а также удельные объем, энергия и энтропия. Вообще говоря, зависящий от величины выделяемого объема V среды и числа N частиц в нем безразмерный параметр $\lambda(V) = \varpi(\bar{v})$ назван параметром Грюнайзена [Квасников, 2002]. Второе уравнение (1) есть общее определение давления в адиабатическом процессе для сопутствующего

объема $V \mapsto V_a = [a(t)\Delta l]^3$, но верное для любых V и $U(S, V, N) = Vu(\bar{s}, \bar{v})$:

$$P = -\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{S,N} = -\left(\frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial \bar{v}}\right)_{\bar{s}} = -\left(\frac{\partial(\bar{v}u)}{\partial \bar{v}}\right)_{\bar{s}} =$$

$$-u - \bar{v} \left(\frac{\partial u}{\partial \bar{v}}\right)_{\bar{s}} = -\left(\frac{\partial(Vu)}{\partial V}\right)_{S,N} = -u - V \left(\frac{\partial u}{\partial V}\right)_{S,N}. \quad (3)$$

Интегрируя это уравнение из (1) как (3) легко при $\lambda = const$ найти интегралы Фрийдмана (ИФ) [Чернин, 2008] для однокомпонентной среды в удобном для дальнейшего виде:

$$u(\bar{s}, \bar{v}) = \bar{B}_\lambda(\bar{s})\bar{v}^{-\lambda-1} =$$

$$\bar{B}_\lambda(S, N)V^{-\lambda-1} \mapsto B_\lambda[a^3(t)(\Delta l)^3]^{-\lambda-1},$$

откуда $\bar{B}_\lambda(S, N) = N^{\lambda+1}\bar{B}_\lambda(\bar{s})$, (4)

т.е. $\bar{B}_\lambda(\bar{s}) = Q_\lambda \bar{s}^{\lambda+1} + D_\lambda$, а $\bar{B}_\lambda(S, N) = Q_\lambda S^{\lambda+1} + D_\lambda N^{\lambda+1}$, и $B_\lambda \equiv \bar{B}_\lambda(S_a, N_a) = N_a^{\lambda+1}\bar{B}_\lambda(\bar{s})$, (5)

$u(\bar{s}, \bar{v}) \Rightarrow u(\sigma, \bar{v}) = Q_\lambda \sigma^{\lambda+1} + D_\lambda \bar{v}^{-\lambda-1}$,

где уже произвольные $Q_\lambda(\bar{s}) > 0$, $D_\lambda(\bar{s}) \geq 0$, (6)
 S_a и N_a — энтропия и число частиц в полном сопутствующем объеме V_a . Разные значения $\lambda = 1/3; 0; -1$ отвечают доминированию соответственно: ультрарелятивистской среды или излучения; нерелятивистской холодной среды (темной и/или барионной «пыли»); и вакуума. Интервал $-1 < \lambda < 0$ отдан т.н. квинтэссенции как некоторой «предвакуумной» среде, чье λ по смыслу есть функция t и чьи различные модели зависимости обсуждаются в литературе [Горбунов, Рубаков, 2022]. Необходимость ее учета как зависимости от сопутствующего объема $V_a = [a(t)\Delta l]^3$, т.е. от \bar{v} , видна и из приводимых ниже условий устойчивости среды.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ СРЕДЫ (2)

Используя вытекающие из 2-го начала термодинамики и соотношений Максвелла равенства

$$\left(\frac{\partial \bar{\varepsilon}(T, \bar{v})}{\partial \bar{v}}\right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{\bar{v}} - P, \quad (7)$$

или $\left(\frac{\partial U(T, V, N)}{\partial V}\right)_{T, N} = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V, N} - P,$

как теоремы Эйлера об однородных функциях первого порядка в переменных $T, \zeta(\bar{v}), \xi(V)$:

$$\frac{d \ln \zeta(\bar{v})}{d \ln \bar{v}} = -\varpi(\bar{v}), \quad \zeta(\bar{v}) = \zeta_0 \exp \left\{ - \int_{\bar{v}_0}^{\bar{v}} \frac{d\eta}{\eta} \varpi(\eta) \right\},$$

$$\zeta_0 = \zeta(\bar{v}_0), \quad \bar{\varepsilon}(T, \zeta) = \left(T \frac{\partial}{\partial T} + \zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} \right) \bar{\varepsilon}(T, \zeta), \quad (8)$$

$$\frac{d \ln \xi(V)}{d \ln V} = -\lambda(V), \quad \xi(V) = \xi_0 \exp \left\{ - \int_{V_0}^V \frac{dv}{v} \lambda(v) \right\},$$

$$\xi_0 = \xi(V_0), \quad U(T, \xi) = \left(T \frac{\partial}{\partial T} + \xi \frac{\partial}{\partial \xi} \right) U(T, \xi), \quad (9)$$

находим их решения в виде функций единственных переменных: $q \equiv \frac{T}{\zeta(\bar{v})}$ или $z \equiv \frac{T}{\xi(V)}$:

$$\bar{\varepsilon}(T, \zeta) = \zeta \chi \left(\frac{T}{\zeta} \right), \quad \text{или} \quad U(T, \xi) = \xi f \left(\frac{T}{\xi} \right),$$

и $P(T, \bar{v}) = \frac{\varpi(\bar{v})}{\bar{v}} \zeta \chi \left(\frac{T}{\zeta} \right) = \frac{\lambda(V)}{V} \xi f \left(\frac{T}{\xi} \right).$ (10)

Два независимых по переменным T и \bar{v} очевидных решения (10) уравнения (8) $\forall \lambda(V)$ есть $\chi_{[0]}(q) = A$ и $\chi_{[1]}(q) = \bar{A}q$, где $A, \bar{A} = const > 0$. Поскольку величина удельного объема \bar{v} , определенная по любому выделяемому в данный момент времени t элементу собственного объема V или элементу сопутствующего объема $V_a = [a(t)\Delta l]^3$ одна и та же:

$$\bar{v} \equiv \frac{V}{N} = \frac{[a(t)\Delta l]^3}{N_a},$$

то и $q = q(T, \bar{v}) \equiv \frac{T}{\zeta(\bar{v})} \mapsto T\bar{v}^\lambda$ (но не $z!$),

будет одним и тем же. (11)

Для полных и удельных теплоемкости и энтропии имеем, соответственно:

$$C_{V, N} = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{V, N} = f'(z) = N \bar{C}_{\bar{v}}, \quad \bar{C}_{\bar{v}} = \chi'(q),$$

где $f(z; N) = N \frac{\zeta_0}{\zeta_0} \chi(q), \quad q = \frac{\zeta_0}{\zeta_0} z,$ (12)

$$S(z)|_N = \int_{[0]}^z dx \frac{f'(x)}{x}, \quad \text{и} \quad \bar{s}(q) = \int_{[0]}^q dy \frac{\chi'(y)}{y},$$

где $[0] \mapsto z_0, q_0$, и включают $S(z_0) = N\bar{s}(q_0)$ и \bar{s}_0 . (13)

В итоге одна функция одной переменной $\chi(q)$ определяет всю термодинамику среды и сама определяется ее химпотенциалом, но по-разному; $\mu(T, \bar{v}) \equiv \bar{\varepsilon}(T, \bar{v}) + P\bar{v} - T\bar{s}(T, \bar{v}),$

откуда: $\varphi(q, \bar{v}) \equiv \frac{\mu(T, \bar{v})}{T} = [1 + \varpi(\bar{v})] \frac{\chi(q)}{q} - \bar{s}(q),$

и: $\frac{\chi(q)}{q} = \frac{1}{\varpi'(\bar{v})} \left(\frac{\partial \varphi(q, \bar{v})}{\partial \bar{v}} \right)_q,$

$$\lambda(V) = \varpi(\bar{v}) \neq const, \quad (14)$$

или $\frac{\chi(q)}{q} = q^{1/\lambda} \left[A_\lambda + \int_{[0]}^q dy \frac{\varphi'(y)}{\lambda y^{1/\lambda}} \right],$

при $\lambda = const \neq 0, \quad \varphi(q, \bar{v}) \mapsto \varphi(q),$

$$A_\lambda = const > 0. \quad (15)$$

Уравнения равновесного адиабатического процесса в этой среде — при фиксированной $S(z)$ или $\bar{s}(q)$ вытекают из (10), (13) как постоянство ($\Rightarrow const$) любой из следующих величин:

$$z \Rightarrow b(S), \quad f(z) \equiv \frac{U(T, V)}{\xi(V)} \Rightarrow B(S(b));$$

или $q \Rightarrow \beta(\bar{s}), \quad \chi(q) \equiv \frac{\bar{\varepsilon}(T, \bar{v})}{\zeta(\bar{v})} \Rightarrow \bar{B}(\bar{s}(\beta)).$ (16)

Условия равновесия и его устойчивости в терминах интенсивных величин [Квасников, 2002] $\bar{C}_{\bar{v}} > 0, \quad -\bar{v} \left(\frac{\partial P}{\partial \bar{v}} \right)_{\bar{s}} > -\bar{v} \left(\frac{\partial P}{\partial \bar{v}} \right)_T \geq 0,$ дают, что:

$$\chi'(q) > 0, \quad 1 + \frac{d}{d\bar{v}} \left(\frac{\bar{v}}{\varpi(\bar{v})} \right) \geq \frac{d \ln \chi(q)}{d \ln q} > 0, \quad (17)$$

т.к. $\chi(q) > 0$ при $\bar{\varepsilon} > 0, \quad \zeta(\bar{v}) > 0, \quad \bar{v} > 0, \quad T > 0$. Ввиду полного разделения независимых здесь переменных \bar{v} и q существует константа $\alpha > 0$, ограничивающая степень роста функции от \bar{v} степень роста возрастающей до бесконечности, дифференцируемой всюду при $0 \leq q < \infty$ функции $\chi(q) \leq \chi_{[\alpha]}(q) \equiv A_{[\alpha]} q^\alpha,$ при $\lambda(V) = \varpi(\bar{v}) \neq const$, как:

$$1 + \frac{d}{d\bar{v}} \left(\frac{\bar{v}}{\varpi(\bar{v})} \right) \geq \alpha = \max_q \left[\frac{d \ln \chi(q)}{d \ln q} \right] > 0;$$

или как: $1 + \frac{1}{\lambda} \geq \alpha > 0,$ при $\lambda = const,$ (18)

что, во всяком случае, означает: $\lambda \geq 0$, либо $\lambda < -1$, исключая существование устойчивой равновесной среды с таким $-1 < \lambda < 0$. Условия на функцию $\varpi(\bar{v}) \neq const$ для такой среды при $0 < \bar{v} < \infty$ принимают вид:

$$\min_{\bar{v}} \left[\frac{d}{d\bar{v}} \left(\frac{\bar{v}}{\varpi(\bar{v})} \right) \right] \geq \alpha - 1, \quad -1 < \varpi(\bar{v}) < 0,$$

откуда (19)

для функции $\bar{\varepsilon}(\bar{v}) = -\frac{\bar{v}}{\varpi(\bar{v})}$ имеем условия:

$$\max_{\bar{v}} [\bar{\varepsilon}'(\bar{v})] \leq 1 - \alpha, \quad \bar{v} < \bar{\varepsilon}(\bar{v}) < \infty, \quad (20)$$

явно несовместные при $\alpha > 0$. Т.е. однокомпонентная среда с уравнением состояния $P = \lambda u$ оказывается невозможна как макроскопически устойчивая термодинамически равновесная среда, ни для какой функции $-1 < \lambda(V) = \varpi(\bar{v}) < 0$. (Фиксированное $(\Delta l)^3$ далее опускаем.) В случае $\lambda = const$ вышеприведенные соотношения заметно упрощаются, и при $\xi = V^{-\lambda}, \quad \zeta = \bar{v}^{-\lambda}, \quad z = TV^\lambda, \quad q = T\bar{v}^\lambda = zN^{-\lambda}$ последовательно находим уравнения состояния:

$$\bar{\varepsilon}(T, \bar{v}) = \bar{v}^{-\lambda} \chi(T\bar{v}^\lambda), \quad U(T, V, N) = V^{-\lambda} f(TV^\lambda; N),$$

$$P = \frac{\lambda}{V^{\lambda+1}} f(TV^\lambda; N) = \frac{\lambda}{\bar{v}^{\lambda+1}} \chi(T\bar{v}^\lambda), \quad (21)$$

$$u(T, \bar{v}) = \frac{\bar{\varepsilon}(T, \bar{v})}{\bar{v}} = \frac{\chi(q)}{\bar{v}^{\lambda+1}}, \quad \sigma(T, \bar{v}) = \frac{\bar{s}(T\bar{v}^\lambda)}{\bar{v}},$$

т.е. $f(z; N) = N^{\lambda+1} \chi \left(\frac{z}{N^\lambda} \right);$ (22)

и уравнения адиабатического процесса (и то же с заменой $\bar{v} \mapsto V, \quad \bar{\varepsilon} \mapsto U, \quad \beta \mapsto b, \quad \chi \mapsto f$):

$$q \equiv T\bar{v}^\lambda \Rightarrow \beta, \quad \bar{\varepsilon}\bar{v}^\lambda \equiv u\bar{v}^{\lambda+1} \Rightarrow \bar{B}_\lambda(\bar{s}) = \chi(\beta),$$

$$P\bar{v}^{\lambda+1} \Rightarrow \lambda\chi(\beta), \quad \frac{\mu}{T} \Rightarrow \varphi(\beta). \quad (23)$$

Сравнив (13), (22), (23) и (4)–(6), видим, что $\bar{B}_\lambda(\bar{s}(q)) = Q_\lambda(\bar{s})\bar{s}^{\lambda+1} + D_\lambda(\bar{s}) \equiv \chi(q)$, что дает:

$$\bar{s}(q) = \left[\frac{\chi(q) - D_\lambda}{Q_\lambda} \right]^{\frac{1}{\lambda+1}},$$

и $\bar{s}'(q) = \frac{\chi'(q)}{q} \mapsto \frac{\chi'(q)}{(\lambda+1)Q_\lambda} \left[\frac{\chi(q) - D_\lambda}{Q_\lambda} \right]^{-\frac{\lambda}{\lambda+1}},$

если $Q_\lambda, D_\lambda \mapsto const,$ (24)

откуда вновь или $\chi_{[0]}(q) = A_{[0]} = A = const$, или $\chi_{(\lambda)}(q) - D_\lambda = Q_\lambda \left[\frac{q}{(\lambda+1)Q_\lambda} \right]^{1+1/\lambda} \equiv A_\lambda q^{1+1/\lambda},$ (25)

$$A_\lambda = \frac{Q_\lambda^{-1/\lambda}}{(\lambda+1)^{1+1/\lambda}} > 0; \quad \text{т.е. либо } \bar{s}_{[0]}(q) = \left[\frac{A_{[0]} - D_\lambda}{Q_\lambda} \right]^{\frac{1}{\lambda+1}} = const, \quad \text{либо } \bar{s}_{(\lambda)}(q) = \left[\frac{q}{(\lambda+1)Q_\lambda} \right]^{1/\lambda}.$$
 (26)

Общее решение уравнения (8) есть суперпозиция: $\chi(q) = \chi_{[0]}(q) + \chi_{[1]}(q) + \chi_{(\lambda)}(q) + \dots$, и в согласии с законом Нернста при $\bar{s}_{0(\lambda)} = \bar{s}_{0[0]} = \bar{s}(q=0) = 0$ достаточно считать, что $D_\lambda \mapsto A_{[0]}$. Тогда для соответствующих хипотенциалов получим: $\mu(T, \bar{v}) = \mu_{[1]}(T, \bar{v}) + \mu_{(\lambda)}(T, \bar{v})$, где

$$\begin{aligned} \mu_{(\lambda)} &= \mu_{[0]} = (\lambda + 1) \frac{A_{[0]}}{\bar{v}^\lambda}, \\ \frac{\mu_{[1]}(T, \bar{v})}{T} &= (\lambda + 1) \bar{A} - \bar{A} \ln \frac{q}{q_0} - \bar{s}_{0[1]}, \\ \text{т.к. } \bar{s}_{[1]}(q) &= \bar{A} \ln \frac{q}{q_0} + \bar{s}_{0[1]}, \end{aligned} \quad (27)$$

как следствие нарушающих закон Нернста $\chi_{[1]}(q)$ и $\frac{\mu_{[1]}(T, \bar{v})}{T} = \bar{A}[1 + \varpi(\bar{v})] - \bar{A} \ln \frac{q}{q_0} - \bar{s}_{0[1]}$. (28)

Т.е. в отсутствие при данном λ вкладов $\chi_{[0]}(q)$ и $\chi_{[1]}(q)$ имеем решение $\chi_{(\lambda)}(q) = A_\lambda q^{1+1/\lambda}$ с $f_{(\lambda)}(z) = A_\lambda z^{1+1/\lambda}$, $U_{(\lambda)}(T, V) = A_\lambda VT^{1+1/\lambda}$, $S_{(\lambda)}(z) = (\lambda + 1)A_\lambda z^{1/\lambda} = (\lambda + 1)A_\lambda VT^{1/\lambda}$, (29) $P_{(\lambda)}(T) = \lambda u_{(\lambda)}(T) = \lambda A_\lambda T^{1+1/\lambda}$,

$$C_{V(\lambda)} = \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) A_\lambda VT^{1/\lambda}, \mu_{(\lambda)} = 0 \text{ при } A = 0, \text{ т.е. } \bar{\varepsilon}(0, \bar{v}) = 0, \quad (30)$$

где поэтому в соответствии с (21), (22) несохраняющаяся величина N выпадает из экстенсивных функций состояния $U_{(\lambda)}$, $S_{(\lambda)}$ и т.д., как и хипотенциал – из интенсивных в (30). Темной энергии отвечает возможный для этого решения предельный переход $\lambda \rightarrow -1$, при котором, однако, происходит вырождение не только решений $\chi_{[0]}$ и $\chi_{(-1)}$ как уравнений состояния, но и как процессов. При $q \equiv T/\bar{v}$, $z \equiv T/V$ имеем $q \Rightarrow \beta(\bar{s})$, $z \Rightarrow b(S)$ наряду с

$$\begin{aligned} -P = u = f_{(-1)}(z) &= \chi_{(-1)}(q) = A_{-1} = Q_{-1} \\ \mapsto A = \chi_{[0]} = \chi_{(-1)}(\beta) &= f_{(-1)}(b) \neq 0, \\ \text{при } \mu_{(-1)} = \mu_{[0]} &\rightarrow 0, \end{aligned} \quad (31)$$

и $S_{(-1)} = C_V = C_P = C_S \equiv 0$, $U_{(-1)} = A_{-1}V = A_{-1}T/b$, для произвольных T, V и $z \equiv T/V$. (32)

Т.е. адиабатический – изобарический процесс оказался единственно возможным в этой вакуумной среде, а ее температура оказалась неопределенной и излишней термодинамической переменной. Тогда выполнение уравнения процесса $z = b = const$ как $T = bV$ наряду с

уравнениями состояния — процесса (31) означает, что, либо $b = 0$ и $T = 0$ в (32) в согласии со значениями энтропии и теплоемкостей из принципа Нернста; либо $b = \pm\infty$ и, стало быть, $T = \pm\infty$, с теми же S, C_V, C_P , так или иначе «отвязывая» температуру T от объема V .

Подстановка $u(T, \bar{v})$ из (21), (22) в ИФ (4) для функций от $q = T\bar{v}^\lambda$, $z = TV^\lambda$, с произвольным собственным объемом V однородной изотропной среды, независимо от фактора $a(t)$ дает:

$$\begin{aligned} \chi(q) &= B_\lambda \left[\frac{\bar{v}}{a^3}\right]^{\lambda+1} \equiv B_\lambda \left[\frac{q}{Z_\lambda(a)}\right]^{1+1/\lambda}, \\ f(z) &= B_\lambda \left[\frac{V}{a^3}\right]^{\lambda+1} \equiv B_\lambda \left[\frac{z}{Z_\lambda(a)}\right]^{1+1/\lambda}, \\ Z_\lambda(a) &= T[a(t)]^{3\lambda}. \end{aligned} \quad (33)$$

При $\lambda = -1$ в (5), (31): $A_{-1} = B_{-1} = Q_{-1}$, независимо от интерпретации $a(t)$ для этой среды и от значений для нее полных энтропии S_a и числа N_a частиц в сопутствующем объеме V_a . При $\lambda = 0$ имеем $z = q = T = Z_0(a)$ и для $\chi_{(\lambda)}(q)$ из (29), (30) такой предел не существует. Однако в силу (11) первое выражение $\chi(q)$ в (33) означает, что «работает» решение $\chi_{[0]}(q)$: $\bar{\varepsilon}_0(T, \bar{v}) \mapsto \chi_0(T) = B_0/N_a = const = \chi_{[0]}(q) = A$, с возможной примесью $\chi_{[1]}(q)$ при $\bar{A} = 0$, но с $\mu = \mu_{(0)} + \mu_{[1]} \equiv A - T\bar{s}_{0[1]} \mapsto A$, т.к. $\bar{\varepsilon}_0 \mapsto A$ отвечает нерелятивистской «пыли» с $P = 0$, $T = 0$. Выражение же $f(z = T)$ в (33) имеет смысл лишь при $V \mapsto a^3$ с B_0 в качестве полной массы. При $\lambda = 1/3$ уравнения (29), (30), (33) описывают известную ультрарелятивистскую среду, а $\lambda = 2/3$ дает нерелятивистский вырожденный идеальный бозе-газ; $Z_\lambda(a) \Rightarrow b(S_a) = const$ и в силу закона эволюции температуры [Горбунов, Рубаков, 2002], и в силу уравнения адиабаты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Вайнберг С. Космология. М.: УРСС, 2013. 605 с.
 Горбунов Д.С., Рубаков В.А. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего Большого взрыва. М.: УРСС. 2022. 614 с.
 Квасников И.А. Теория равновесных систем. Термодинамика. М.: УРСС. 2002. 238 с.
 Чернин А.Д. Темная энергия и всемирное тяготение // УФН. 2008. Т. 178, № 3. С. 267–300.