

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ТРАЕКТОРИЙ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Н.В. Буряк¹, И.А. Носиков², М.В. Клименко²

¹Балтийский федеральный университет им. И. Канта, г. Калининград, Россия,
bnikolay2005@gmail.com

²Калининградский филиал Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн
им. Н. В. Пушкова РАН, г. Калининград, Россия

MODERN METHODS OF TRAJECTORY OPTIMIZATION IN INHOMOGENEOUS MEDIA

N.V. Buryak¹, I.A. Nosikov², M.V. Klimenko²

¹Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia,
bnikolay2005@gmail.com

²Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radio Wave Propagation RAS, Kaliningrad, Russia

Аннотация. В работе представлено применение различных методов оптимизации в задаче расчета лучевых траекторий высокочастотных волн в неоднородных средах прямым вариационным методом. Рассмотрены современные реализации метода сопряженных градиентов и квазиньютоновских методов. Проведенный анализ позволил определить наиболее оптимальный подход к поиску искомой лучевой траектории.

Ключевые слова: принцип Ферма, граничная задача, метод сопряженных градиентов, квазиньютоновский подход.

Abstract. This paper describes the application of various optimization methods in the problem of high-frequency point-to-point ray tracing in inhomogeneous media using the direct variational method. Modern implementations of the conjugate gradient method, as well as quasi-Newton methods, are considered. The analysis made it possible to determine the most optimal parameters of convergence to the desired ray path.

Keywords: Fermat's principle, boundary problem, radio waves.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших задач о распространении высокочастотных волн в неоднородной среде (радиоволны в ионосфере, волны цунами в океане, сейсмические волны в земной коре) является определение времени распространения волны между двумя объектами, положение которых известно (от источника возмущения к приемнику). Существует множество методов решения граничной задачи о распространении высокочастотных волн. Их можно разделить на две большие группы: традиционный лучевой метод и сеточный подход [Rawlinson et al., 2008]. В лучевом приближении наиболее традиционным подходом к решению краевой задачи является метод пристрелки. Известны альтернативные методы решения краевой задачи с использованием методов изгибания [Julian et al. 1977; Pereyra et al. 1980] и псевдоизгибания [Um, Thurber, 1987; Moser et al., 1992], где лучевая траектория определяется прямой минимизацией. В основе расчета луча лежит основополагающий принцип Ферма о минимуме (стационарности) фазового пути (времени прихода). Вышеперечисленные подходы получили широкое применение для решения прикладных геофизических задач. В данной работе исследуются особенности сходимости лучевой траектории методом прямой минимизации функционала времени распространения [Nosikov et al., 2017] с использованием различных численных методов оптимизаций. Рассматриваются современные реализации метода сопряженных градиентов и

квазиньютоновских методов с использованием первой и второй производных целевой функции.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В качестве модельной среды для расчета лучевых траекторий была выбрана модельная среда, где поле скоростей задавалось выражением $c(y) = 1 + 0.01y$ [Moser et al., 1992]. Такая постановка задачи позволяет сделать оценку сходимости метода и провести сравнение полученных результатов с известным аналитическим решением. В работе рассмотрено применение трех методов оптимизации траектории из внутренней библиотеки Scipy: метод сопряженных градиентов CG (Метод Флетчера-Ривса), работающий на основе информации и значениях функции и ее градиенте; BFGS — алгоритм Бroyдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно, квазиньютоновский метод численной оптимизации, предназначенный для нахождения локального экстремума нелинейного функционала без ограничений; L-BFGS-B — метод BFGS с ограниченным использованием памяти. Серия численных расчетов лучевой траектории (см. таблицу 1) в модельной среде показало, что из трех выбранных методов самым быстрым по числу итераций оказался L-BFGS-B. Наиболее близкое значение времени распространения к известному аналитическому решению получено методом BFGS (отклонение 0.02 %). При этом самым сбалансированным оказался метод сопряженных градиентов.

Таблица 1.

Результаты численных расчетов. Символ δ_i обозначает точность определения по модулю градиента: $\delta_1 = 0.01, \delta_2 = 0.001, \delta_3 = 0.0001$.

Метод	Количество	Количество итераций			Результат		
		δ_1	δ_2	δ_3	δ_1	δ_2	δ_3
CG	5	7	29	41	96.8963	96.8395	96.8392
	15	11	26	449	96.3098	96.3036	96.2923
	25	25	69	178	96.3748	96.2631	96.2625
BFGS	5	14	52	53	96.9604	96.8392	96.8392
	15	31	58	265	96.3099	96.3035	96.2910
	25	37	53	329	96.2763	96.2645	96.2601
L-BFGS-B	5	1	3	4	97.7604	96.9589	96.9542
	15	1	7	12	97.9471	96.4005	96.3064
	25	1	1	16	97.9468	97.9468	96.2847
Аналитическое решение [Moser et al., 1992]					96.2424		

На рис. 1 представлены результаты расчета лучевой траектории в модельной среде с начальным приближением траектории в виде прямой линии. Полученный результат показывает хорошее согласие с аналитическим решением (см. табл. 1).

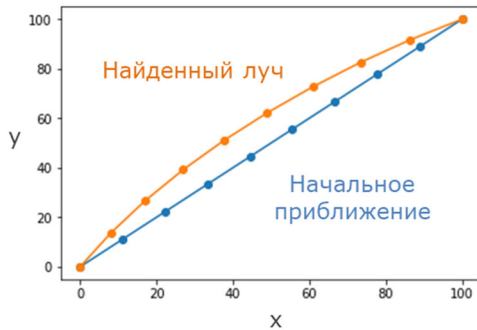


Рис. 1. Лучевая траектория, рассчитанная прямым вариационным методом

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численные расчеты показали, что метод сопряженных градиентов (CG) позволяет реализовать поиск искомой лучевой траектории с оптимальными параметрами сходимости. При этом наименьшее число обращений к целевой функции и, как следствие, более высокая скорость вычислений наблюдается при использовании квазиньютоновского метода L-BFGS-B.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Rawlinson N., Pozgay S., Fishwick S. Seismic tomography: a window into deep Earth // Phys.Earth and Planetary Interiors. 2010. V. 178, N 3-4. P. 101–135.

Julian B.R. et al. Three-dimensional seismic ray tracing // J. Geophys. 1977. V. 43, N 1. P. 95–113.

Pereyra V., Lee W.H.K., Keller H.B. Solving two-point seismic-ray tracing problems in a heterogeneous medium: Part 1. A general adaptive finite difference method // Bull. Seismologic. Soc. America. 1980. V. 70, N 1. P. 79–99.

Um J., Thurber C. A fast algorithm for two-point seismic ray tracing // Bull. Seismologic. Soc.America. 1987. V. 77, N 3. P. 972–986.

Moser T.J., Nolet G., Snieder R. Ray bending revisited // Bull. Seismologic. Soc. America. 1992. V. 82, N 1. P. 259–288.

Nosikov I.A. et al. Application of the nudged elastic band method to the point-to-point radio wave ray tracing in IRI modeled ionosphere // Adv. Space Res. 2017. V. 60, N 2. P. 491-497.