УДК 533.951 DOI: 10.62955/0135-3748-2024-192

# БАЛЛОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И УСЛОВИЯ ДЛЯ ЕЁ РАЗВИТИЯ В МАГНИТОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

**А.В. Петращук, Д.Ю. Климушкин, П.Н. Магер**

Институт солнечно-земной физики Сибирского отделения Российской академии наук, Иркутск, Россия, petrashchuk@iszf.irk.ru

# BALLOONING INSTABILITY AND CONDITIONS FOR ITS DEVELOPMENT IN THE EARTH'S MAGNETOSPHERE

**A.V. Petrashchuk, D.Yu. Klimushkin, P.N. Mager**

Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS, Irkutsk, Russia, petrashshuk@iszf.irk.ru

**Аннотация.** В этом докладе рассматриваются условия развития баллонной неустойчивости в двумерно неоднородной плазме. Основным фактором для её развития на замкнутых силовых линиях магнитосферы является резкое падение давления плазмы по мере удаления от Земли. Показано, что неустойчивость лежит на той же ветви дисперсии, что и медленный магнитозвуковой резонанс.

**Ключевые слова:** Баллонная неустойчивость, медленный магнитный звук, альфвеновский резонанс.

**Abstract.** This paper discusses conditions for the development of ballooning instability in two-dimensionally inhomogeneous plasma. The main factor for its development on closed lines of force of the magnetosphere is a sharp decrease in plasma pressure as it moves away from the Earth. It is shown that the instability lies on the same dispersion branch as the slow magnetosonic resonance.

**Keywords:** Ballooning instability, slow magnetosonic wave, Alfvén resonance.

## ВВЕДЕНИЕ

Баллонная неустойчивостью называется вид гидродинамической плазменной неустойчивости относительно возмущений, у которых азимутальная длина волны $\lambda_a$ много меньше радиальной длины волны $\lambda_r$, и обе они много меньше продольной длины волны [Леонович и др., 2015]. Теория баллонной неустойчивости в магнитосфере Земли была развита в работах [Hameiri et al., 1991; Cheremnykh et al., 2004; Sorathia et al., 2020]. В плазме конечного давления кривизна силовых линий приводит к сцеплению альфвеновских волн с медленным магнитным звуком (ММЗ). Существует ряд работ, где предполагается, что при определенных условиях альфвеновские волны могут переходить в режим баллонной неустойчивости [Oberhagemann et al., 2020]. При этом другие авторы утверждают, что неустойчивость может, развивается только на ММЗ колебаниях [Мазур и др., 2013]. Они также установили, что при резком падении давления плазмы с расстоянием от Земли квадрат собственной частоты медленного магнитного звука становится отрицательным, то есть достигает, некоторого нижнего порога баллонной неустойчивости, при этом её инкремент растет с увеличением азимутального волнового числа $k_a$. Однако связь между неустойчивостью и ММЗ модами в работах [Мазур и др. 2013] не совсем ясна, поскольку инкремент неустойчивости в зависимости от поперечной длины МГД волн должен достигать некоторого конечного значения, только тогда, когда радиальная составляющая волнового вектора $k_r$ стремится к нулю [Petrashchuk et al., 2024]. Причем радиальная длина ММЗ волн в этих условиях остается конечной даже при нулевой частоте волны.

## ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ

Целью данного доклада является теоретическое исследование пространственной структуры неустойчивостей, развивающихся на сцепленных МГД модах в двумерно неоднородной модели магнитосферы Земли. Для этого были поставлены следующие две задачи:

1. Изучить продольную структуру собственных функций сцепленных альфвеновских и ММЗ мод в устойчивом и неустойчивом режиме.
2. Определить условия развития баллонной неустойчивости в зависимости от плазменного давления и его градиента для первых двух гармоник.

## ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В докладе рассматривается дипольная модель магнитного поля Земли, которая обладает симметрией по азимуту, поэтому для описания сцепленных альфвеновских и ММЗ мод с частотой $\omega$ используется следующая система уравнений [Klimushkin, 1994]:

$$\frac{k_r^2}{k_a^2}\frac{g_1}{g_2}\hat{L}_T(\omega)\Phi + \hat{L}_P(\omega)\Phi - \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}\frac{8\pi}{B^2R}\frac{\partial P}{\partial L}\Phi = \sqrt{g_1}\frac{2\omega}{R}\frac{V_S}{V_A}\Theta, \quad (1)$$

$$\hat{L}_S(\omega)\Theta = \sqrt{g_1}\frac{2\omega}{R}\frac{V_S}{V_A}\Phi. \quad (2)$$

Здесь $k_r$ и $k_a$ — радиальная и азимутальная составляющая волнового вектора, $B$ и $P$ — равновесное магнитное поле и давление плазмы, $L$ — координата магнитной оболочки, $R$ — локальная кривизна силовой линии, $g_{1,2}$ — компоненты метрического тензора, $\Phi$ и $\Theta$ — электрический потенциал альфвеновской волны и величина пропорциональная дивергенции смещения (т.е. $\Theta \propto \nabla \cdot \xi$), соответственно, а $\hat{L}_T(\omega)$, $\hat{L}_P(\omega)$ и $\hat{L}_S(\omega)$ дифференциальные операторы:

$$\hat{L}_T(\omega) = \frac{\partial}{\partial l_\parallel}\sqrt{\frac{g_2}{g_1}}\frac{\partial}{\partial l_\parallel} + \sqrt{\frac{g_2}{g_1}}\frac{\omega^2}{V_A^2},$$

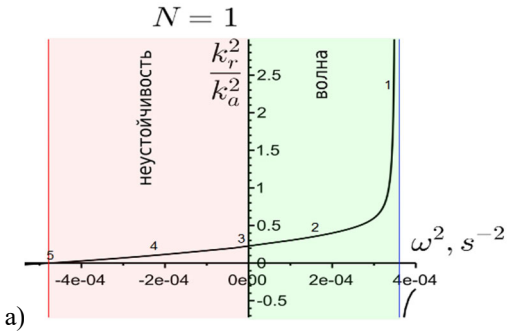
$$\hat{L}_P(\omega) = \frac{\partial}{\partial l_\parallel}\sqrt{\frac{g_1}{g_2}}\frac{\partial}{\partial l_\parallel} + \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}\frac{\omega^2}{V_A^2},$$

$$\hat{L}_S(\omega) = \frac{\partial}{\partial l_\parallel}V_S^2\sqrt{g_1 g_2}\frac{\partial}{\partial l_\parallel} + \sqrt{g_1 g_2}\frac{V_S^2}{V_C^2}\omega^2.$$

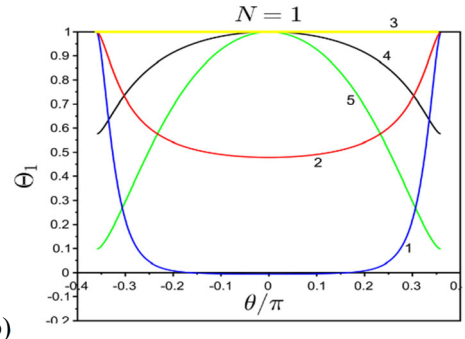
$V_A$, $V_S$, и $V_C$ альфвеновская, звуковая, и магнитозвуковая скорости.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Систему уравнений (1) и (2) следует рассматривать как задачу на собственные значения относительно отношения радиальных и азимутальных компонент волнового вектора $k_r^2/k_a^2$ при заданных ω и $L$.




a)




b)

*Рис. 1.* a) отношение $k_r^2/k_a^2$ для основной гармоники в зависимости от квадрата частоты $\omega^2$; b) изменения структуры Θ от магнитной широты $\theta$. Гармоники (1) и (2) соответствуют ММЗ модам ($\omega^2 > 0$). Гармоника (3) соответствует случаю $\omega^2 = 0$ (граница неустойчивости) т.е., Θ=const, а $\Phi = 0$. Гармоники (4) и (5) соответствуют минимальному и максимальному инкременту неустойчивости (т.е. когда $k_r^2 = 0$)

Численные расчеты проводились для геостационарной орбиты ($L$=6.6). Давление плазмы $P = (B_{eq}^2/8\pi)\beta_{eq}$ вдоль силовых линий считается постоянным, а его радиальный градиент $\partial P/\partial$L отрицательным, поскольку этот критерий является ключевым условием для развития неустойчивости. Таким образом, мы можем найти собственные векторы $\Phi$ и Θ, для системы (1) и (2), а также собственные значения $k_r^2/k_a^2$ рис. 1.

Порог неустойчивости, т.е. связь между обратным радиальным градиентом давления плазмы $H$=P$(\partial P/\partial L)^{-1}$ и параметром $\beta_{eq}$ на экваторе, соответствует пределу $k_r^2 = 0$. На рис. 2 показано, что неустойчивость развивается либо при малом $\beta_{eq}$, но большом $H$, либо, наоборот, при очень большом $\beta_{eq}$, но малом $H$.

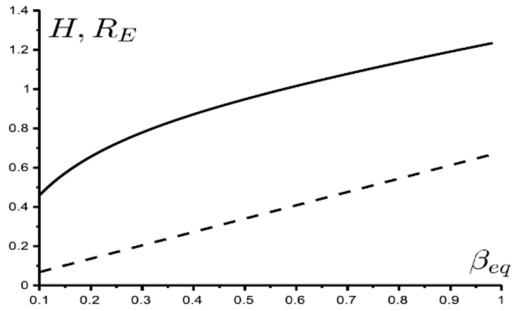



*Рис. 2.* Порог неустойчивости фундаментальной (сплошной) и второй (пунктирной) гармоник: масштаб радиальной неоднородности давления плазмы $H$ в зависимости от $\beta_{eq}$ на экваторе. Область неустойчивости лежит ниже соответствующих кривых [Petrashchuk et al., 2024]

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Леонович А.С., Козлов Д.А. О баллонной неустойчивости в токовых слоях // Солнечно-земная физика. 2015. Т. 1, № 2. С. 49–69.

Мазур Н.Г., Федоров Е.Н., Пилипенко В.А. Дисперсионное соотношение для баллонных мод и условия их устойчивости в околоземной плазме // Геомагнетизм и аэрономия. 2012. Т. 52, № 5. С. 639–648.

Hameiri E., Laurence P., Mond M. The ballooning instability in Space Plasma // J. Geophys. Res. 1991. V. 96, N A2. P. 1513–1526.

Cheremnykh O.K., Parnowski A.S., Burdo O.S. Ballooning modes in the inner magnetosphere of the Earth // Planetary and Space Science. 2004. V. 52, iss. 13. P. 1217–1229.

Sorathia K.A., Merkin V.G., Panov E.V. et al. Ballooning-interchange instability in the near-Earth plasma sheet and auroral beads: Global magnetospheric modeling at the limit of the MHD approximation // Geophys. Res. Lett. 2020. V. 47. P. e2020GL088227.

Oberhagemann L.R., Mann I.R. A New substorm onset mechanism: Increasingly parallel pressure anisotropic ballooning // Geophys. Res. Lett. 2020. V. 47. P. e2019GL085271.

Klimushkin D.Yu. Method of description of the Alfv'en and magnetosonic branches of inhomogeneous plasma oscillations // Plasma Phys. Rep. 1994. V. 20. P. 280–286.

Petrashchuk A.V., Mager P.N., Klimushkin D.Yu. Ballooning instability in the dipole magnetosphere: The finite transverse wavelength influence // Phys. Plasmas. 2024. V. 31, N. 2. P. 022903.