

Вариация пространственной структуры альфвеновских волн в горячей плазме

6 сентября 2022 г.

Петрашук А.В.,
Климушкин Д.Ю.,
Магер П.Н.

1 Введение

1. МГД-волны – электромагнитные волны с ультранизкими частотами (много ниже гирочастоты протонов), распространяющиеся в среде с огромным показателем преломления ($n \sim c/A$).
2. МГД-волны с большими азимутальными волновыми числами m регулярно наблюдаются в магнитосфере Земли и нуждаются в объяснении.
3. МГД-волны играют важную роль в ускорении ионов и электронов космической плазмы и диффузии заряженных частиц поперек магнитных оболочек, что является важным звеном в процессе передачи энергии солнечного ветра в Земной магнитосфере.
4. МГД-волны дают возможность изучить состояния магнитосферой плазмы на отдаленных областях космического пространства, недоступные непосредственным измерениям.

Большой интерес представляет продольная структура волн с различными значениями m и различной поляризацией волны. При движении в геомагнитном поле частица совершает колебания вдоль силовой линии (баунс-движение), поэтому для расчетов взаимодействия волн и частиц необходимо знание продольной структуры волны.

2 Тороидальные и полоидальные альфвеновские волны

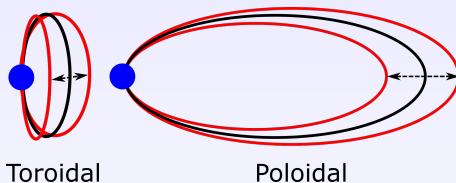


Рис.: 1. Волны с большими (справа) и малыми (слева) азимутальными m числами

- ▶ $\lambda_r \ll \lambda_a$: тороидальная волна $E_r \ll E_a$, $B_r \gg B_a$.
- ▶ $\lambda_r \gg \lambda_a$: полоидальная волна $E_r \gg E_a$, $B_r \ll B_a$.

3 Основные уравнения

$$-i\rho\omega v = \nabla P + \frac{1}{4\pi}[J \times B], \quad (1)$$

v — скорость плазмы, J — ток, ω — частота волны.

$$E = E_{\perp} = -\nabla_{\perp}\phi \quad \text{— поперечное электрическое поле.} \quad (2)$$

$$E_{\parallel} = 0 \quad \text{— продольное электрическое поле.}$$

Если $m \gg 1$:

$$\phi \propto \phi_N(l_{\parallel}) \exp i \int k_1 dx'^1 \quad (3)$$

$$k_1^2 \widehat{L}_T(\omega)\phi_N + m^2 \widehat{L}_P(\omega)\phi_N = 0, \quad (4)$$

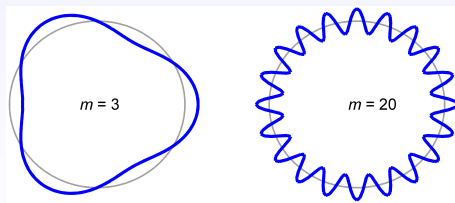


Рис.: 2. Волны с большими (справа) и малыми (слева) азимутальными m числами

4 Основные уравнения: дифференциальные операторы

$$k_1^2 \widehat{L}_T(\omega) \phi_N + m^2 \widehat{L}_P(\omega) \phi_N = 0, \quad (5)$$

Дифференциальные операторы:

$$\widehat{L}_T(\omega) = \frac{\partial}{\partial l_{\parallel}} \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \frac{\partial}{\partial l_{\parallel}} + \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \frac{\omega^2}{A^2}, \quad \widehat{L}_P(\omega) = \frac{\partial}{\partial l_{\parallel}} \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \frac{\partial}{\partial l_{\parallel}} + \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \left(\frac{\omega^2}{A^2} + \eta \right), \quad (6)$$

g_1 и g_2 компоненты метрического тензора, L —параметр Мак-Илвейна,

$$\eta = -\frac{2}{R} \left(\frac{4\pi}{\sqrt{g_1} B^2} \frac{\partial P}{\partial L} + \frac{1}{R} \gamma \beta \right), \quad (7)$$

$1/R$ —кривизна силовых линий, P —давление плазмы, B —напряженность магнитного поля, параметр $\beta = \frac{P}{B^2/8\pi}$ — отношение плазменного давления к магнитному.

5 Задача Штурмана Лиувиля: краевые условия

$$k_1^2 \widehat{L}_T(\omega) \phi_N + m^2 \widehat{L}_P(\omega) \phi_N = 0, \quad (8)$$

Граничные условия:

$$\phi(\pm\theta_I) = 0, \quad (9)$$

где $\pm\theta_I = x_{\pm}^3 = \arccos \sqrt{r_i/L}$ магнитные широты пересечения, $r_i = r_E + 1000$ км – верхняя граница ионосферы от центра Земли.

Леонович А.С., Мазур В.А. Линейная теория МГД-колебаний магнитосферы. Москва: Физматлит, 2016. 480 с.

Mager P.N., Klimushkin D. Yu. Field-aligned structure of poloidal Alfvén waves in a finite pressure plasma. *Annales Geophysicae*. 2009. Vol.27, № 10. P. 3875–3882.

6 Давление плазмы

Профиль давления плазмы:

$$P = P_0 \left[1 - \tanh^2 \left(\frac{L_0 - L}{D} \right) \right], \quad (10)$$

где $P_0 = \beta_0 \frac{B_0^2}{8\pi}$ ($\beta_0 = 0.09$) – максимальное давление плазмы которое достигается на магнитной оболочке $L_0 = 4$.

$$\vec{J} = c \frac{\nabla P \times \vec{B}}{B^2}, \quad \beta = \frac{8\pi P}{B^2}. \quad (11)$$

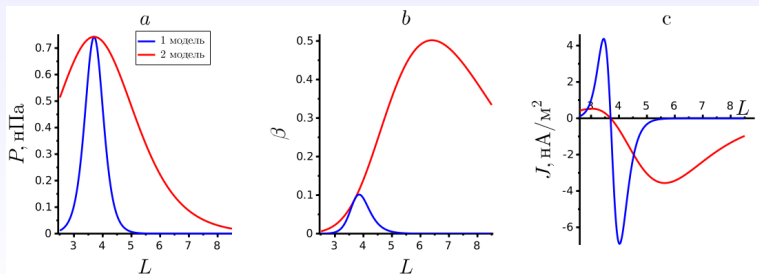


Рис.: 3. Зависимость плазменного давления P , тока J и параметра β от L при разных D . Синяя линия соответствует случаю $D = 0.45$, красная линия – случаю $D = 1.1$

7 Модель 1: структура электрического потенциала ϕ альфвеновских мод

$$\kappa^2 \widehat{L}_T(\omega) \phi_N + \widehat{L}_P(\omega) \phi_N = 0, \quad (12)$$

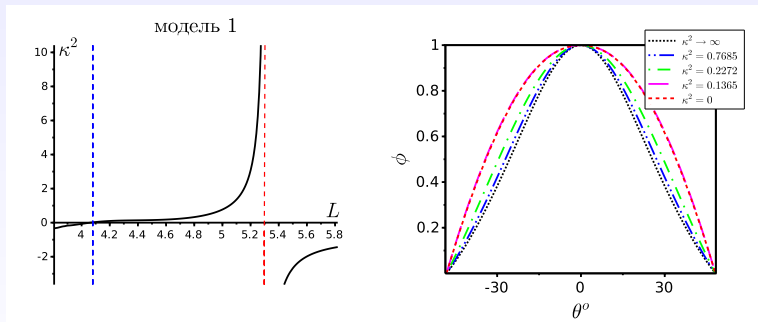


Рис.: 4. Зависимость $\kappa^2 = k_1^2/m^2$ от L (слева) и структуры гармоник (справа) альфвеновской волны от магнитной широты θ между магнитными оболочками в области прозрачности волны $\kappa^2 > 0$, при $\beta_0 = 0.09$ и $D = 0.45$ для модели 1 с фиксированной частотой волны $\omega = 0.03 \text{ rad/s}$

8 Модель 2: структура электрического потенциала ϕ альфвеновских мод

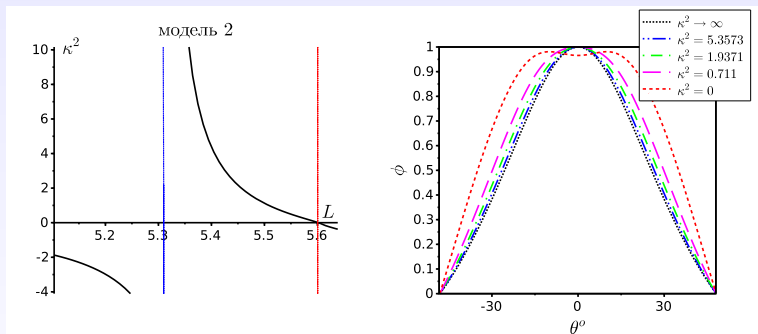


Рис.: 5. Зависимость $\kappa^2 = k_1^2/m^2$ от L (слева) и структуры гармоник (справа) альфвеновской волны от магнитной широты θ между магнитными оболочками в области прозрачности волны $\kappa^2 > 0$, при $\beta_0 = 0.09$ и $D = 1.1$ для модели 2 с фиксированной частотой волны $\omega = 0.03 \text{ rad/s}$

9 Структура компонент электрического поля альфвеновских мод

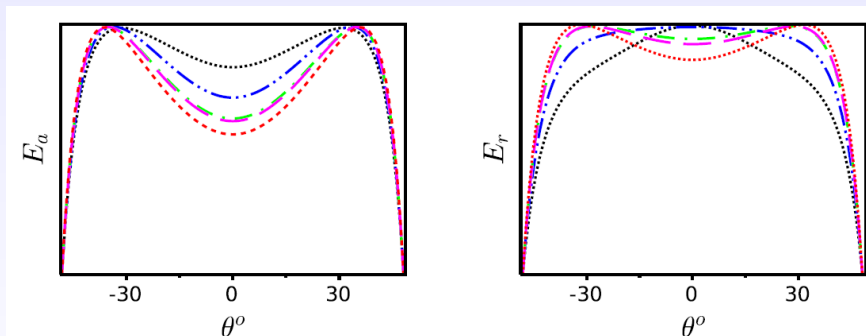


Рис.: 6. Изменения структуры азимутальных, радиальных компонент электрического поля по θ . Полоидальная (пунктирная линия красного цвета) и тороидальная (линия с точками черного цвета) альфвеновской волны $\omega = 0.03 \text{ rad/s}$

10 Структура компонент магнитного поля альфвеновских мод

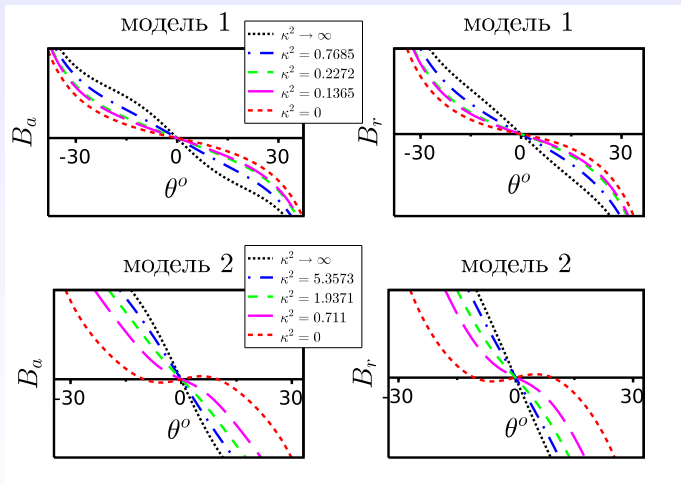


Рис.: 7. Изменения структуры азимутальных, радиальных компонент магнитного поля по θ

11 Структура компонент магнитного поля альфвеновских мод

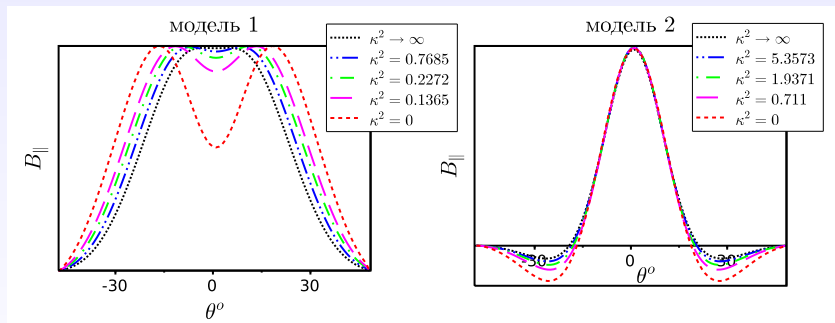


Рис.: 8. Изменения структуры параллельной компонент магнитного поля по θ для моделей 1 и 2 при $\omega = 0.03$ рад/с

12 Заключение:

Итоги основных результатов:

- ▶ Решена задача на собственные значения относительно величины κ при фиксированной частоте волны. Определена область прозрачности волны, где $\kappa^2 > 0$. При движении поперек магнитных оболочек от полоидальной поверхности (где $\kappa = 0$) к тороидальной (где $\kappa = \infty$) поляризация волны меняется от полоидальной до тороидальной.
- ▶ Исследована продольная структура волны на различных магнитных оболочках внутри области прозрачности, соответствующих различной поляризации волны. Из-за большой кривизны силовых линий и параметра β в модели 2 на основной гармонике альфвеновской волны появляется минимум в окрестности экватора.

Спасибо за внимание !

6 сентября 2022 г.

Система координат

Дипольная геометрия поля с учетом кривизны силовых линий \Rightarrow система координат должна быть привязана к силовым линиям.

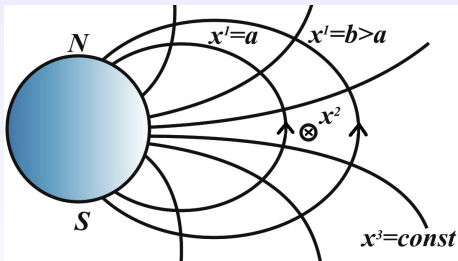


Рис.: 1. Система координат, связанная с силовыми линиями магнитного поля: криволинейная система координат (x^1, x^2, x^3)

В ВКБ-приближении амплитуда $\phi(x^1, x^3)$ зависит от радиальной координаты значительно слабее, чем радиальная компонента волнового вектора:

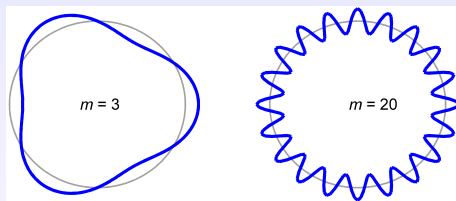
$$\left| \frac{1}{\tilde{\phi}} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x^1} \right| \ll |k_1| \quad (13)$$

В ВКБ-приближении азимутальная E_a и радиальная E_r компоненты электрического альфвеновской волны, измеренные в локальном евклидовом базисе, записываются в виде:

$$E_a = -i \frac{k_1}{\sqrt{g_1}} \phi, \quad E_r = -i \frac{k_2}{\sqrt{g_2}} \phi \quad (14)$$

Компонент магнитного поля:

$$B_a = k_1 \frac{c}{\omega} \frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{\partial \phi}{\partial l_{\parallel}}, \quad B_r = -k_2 \frac{c}{\omega} \frac{1}{\sqrt{g_2}} \frac{\partial \phi}{\partial l_{\parallel}} \quad (15)$$



МГД-волны с малыми азимутальными числами $m \sim 1$:

- ▶ Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца.
- ▶ Импульсами солнечного ветра (давлением солнечного ветра).
- ▶ Из солнечного ветра.

МГД-волны с большими азимутальными волновыми числами $m \gg 1$:

- ▶ Из-за усиления кольцевого тока.
- ▶ Неустойчивостью высокоэнергичной компоненты плазмы.

Взаимодействие МГД-волн с частицами

Изменение энергии частицы при взаимодействии с МГД-волной:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = qv_{\parallel} E_{\parallel} + q\vec{u}_{\perp} \cdot \vec{E}_{\perp} \quad (16)$$

где q — электрический заряд частицы, ϵ — ее кинетическая энергия
 u_{\perp} — скорость дрейфа.

$$\widehat{L}_P(\omega)\Phi_N = -\kappa^2\widehat{L}_T(\omega)\Phi_N. \quad (17)$$

$$a_i\Phi_{i+1} + b_i\Phi_i + c_i\Phi_{i-1} = -\kappa^2 (a'_i\Phi_{i+1} + b'_i\Phi_i + c'_i\Phi_{i-1}) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} b_1 & c_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-2} & b_{n-2} & c_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_{n-1} & b_{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Phi_{n-2} \\ \Phi_{n-1} \end{pmatrix} = \\ & = -\kappa^2 \begin{pmatrix} b'_1 & c'_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a'_2 & b'_2 & c'_2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a'_{n-2} & b'_{n-2} & c'_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a'_{n-1} & b'_{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Phi_{n-2} \\ \Phi_{n-1} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$