

АНО ВО РОССИЙСКИЙ НОВЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

**ПРИМЕНЕНИЕ АМПЛИТУДНЫХ
ДАНЫХ ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ
ЭФФЕКТИВНОЙ ЧАСТОТЫ
СОУДАРЕНИЙ ЭЛЕКТРОНОВ В
ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ С УЧЕТОМ
МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ**

РАБОТА ВЫПОЛНЕНА ПРИ ПОДДЕРЖКЕ РФФ
(ГРАНТ № 20-12-00299)

Е.В. Михалёва, А.С. Крюковский, Д.В. Растягаев

Введение

- Необходимость и актуальность работы связана с осуществлением мониторинга экстремальных явлений в атмосфере Земли. Использование ионозондов вертикального зондирования (ВЗ) это одно из наиболее эффективных и апробированных средств диагностики ионосферы. В работе рассмотрен метод восстановления по данным ВЗ эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме.

Вычисление лучевых характеристик и расходимости

- Амплитуда A зондирующего сигнала, пришедшего в приемник после отражения от ионосферных слоев:

$$A = E_0 D \exp[-\psi] \quad (1)$$

- D – расходимость лучевого потока, а E_0 – начальная амплитуда поля вне ионосферной плазмы на расстоянии r_0 от источника.
- Источник излучения изотропный, расположен в начале координат:

$$E_0 = \frac{\sqrt{30W}}{r_0}, \text{ (В/м)} \quad (2)$$

W – мощность излучателя, $W = 1$ кВт.

Поглощение

Поскольку из эксперимента может быть известна зависимость амплитуды A принятого сигнала от частоты f , а также задержка отразившегося сигнала t_0 как функция частоты, то можно найти поглощение ψ по формуле

$$\psi = -\ln \frac{A}{D E_0} \quad (3)$$

В данном случае A и E_0 известны и для того чтобы найти поглощение ψ необходимо вычислить расходимость D .

Бихарактеристическая система

Система бихарактеристик Гамильтона-Лукина:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{2\vec{k}c^2 - \omega^2 \partial \varepsilon / \partial \vec{k}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega}, \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = -\frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial \vec{r}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega} \quad (4)$$

$\vec{r} = (x, y, z)$ – декартовы координаты луча,

$\vec{k}(t)$ – волновой вектор,

c – скорость света,

$\omega = 2\pi f$ – круговая рабочая частота,

t – групповое время,

$\varepsilon(\vec{r}, \vec{k}, \omega)$ – эффективная диэлектрическая проницаемость
среды распространения.

$$\varepsilon(\vec{r}, \vec{k}, \omega) = \varepsilon(z, \vec{k}, \omega)$$

Начальные условия

Система (4), дополнена начальными условиями:

$$\begin{aligned}k_x(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \zeta & k_y(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \zeta \cos \eta \\k_z(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \zeta \sin \eta & \vec{r}(0) &= 0\end{aligned}\tag{5}$$

ε_0 – значение эффективной диэлектрической проницаемости среды в источнике излучения; ζ , η – это начальные углы выхода луча.

Для вертикального луча $\zeta = 0$, $\eta = \pi/2$. Поэтому формулы (5) принимают вид:

$$k_x(0) = 0 \quad k_y(0) = 0 \quad k_z(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \quad \vec{r}(0) = 0\tag{6}$$

Бихарактеристическая система при вертикальном зондировании

$$\frac{dz}{dt} = \frac{2k_z c^2 - \omega^2 \partial \varepsilon / \partial k_z}{\partial(\varepsilon \omega^2) / \partial \omega} \quad \frac{dk_z}{dt} = - \frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial z}{\partial(\varepsilon \omega^2) / \partial \omega} \quad (7)$$

$$k_x(t) = 0 \quad \frac{dx}{dt} = - \frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial k_x}{\partial(\varepsilon \omega^2) / \partial \omega} \Big|_{k_x=0} \quad (8)$$

$$k_y(t) = 0 \quad \frac{dy}{dt} = - \frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial k_y}{\partial(\varepsilon \omega^2) / \partial \omega} \Big|_{k_y=0} \quad (9)$$

Таким образом, система (4) разбивается на три подсистемы. Сначала интегрируется система (7) с учетом равенства нулю k_x и k_y . Затем с учетом решения системы (7) интегрируются выражения (8) и (9).

Расширенная бихарактеристическая система

Для определения расходимости D необходимо знать производные $\vec{r}(t)$ и $\vec{k}(t)$ по углам ζ и η . Эти величины можно найти, решая расширенную бихарактеристическую систему Лукина:

$$\frac{d\vec{r}_\zeta}{dt} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{2\vec{k}c^2 - \omega^2 \partial \varepsilon / \partial \vec{k}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega} \right) \quad \frac{d\vec{k}_\zeta}{dt} = -\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial \vec{r}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega} \right) \quad (10)$$

$$\frac{d\vec{r}_\eta}{dt} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{2\vec{k}c^2 - \omega^2 \partial \varepsilon / \partial \vec{k}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega} \right) \quad \frac{d\vec{k}_\eta}{dt} = -\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial \vec{r}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega} \right) \quad (11)$$

Расходимость вычисляется как корень из отношения якобиана J_0 к J по формулам

$$(J_0 = J|_{r=r_0}):$$

$$D = \sqrt{\left| \frac{J_0}{J} \right|} \quad J = \begin{vmatrix} T_x & T_y & T_z \\ x'_\zeta & y'_\zeta & z'_\zeta \\ x'_\eta & y'_\eta & z'_\eta \end{vmatrix}$$

$$T_{x,y} = -\frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial k_{x,y}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega} \Big|_{k_{x,y}=0} \quad (12)$$

$$T_z = \frac{2k_z c^2 - \omega^2 \partial \varepsilon / \partial k_z}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega}$$

Начальные условия для расширенной бихарактеристической системы

$$\begin{aligned}k'_{x\zeta}(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos\zeta & k'_{x\eta}(0) &= 0 & k'_{y\zeta}(0) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin\zeta \cos\eta & \vec{r}'_{\zeta}(0) &= 0 \\k'_{y\eta}(0) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos\zeta \sin\eta & k'_{z\zeta}(0) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin\zeta \sin\eta & \vec{r}'_{\eta}(0) &= 0 & & (13) \\k'_{z\eta}(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos\zeta \cos\eta\end{aligned}$$

После упрощения начальные условия имеют вид:

$$\begin{aligned}k'_{x\eta}(0) &= k'_{y\zeta}(0) = k'_{z\zeta}(0) = k'_{z\eta}(0) = 0 \\k'_{x\zeta}(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} & k'_{y\eta}(0) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}\end{aligned} \tag{14}$$

Эффективная диэлектрическая проницаемость

Формула Эпслтона-Хартри-Лассена:

$$\varepsilon_{\pm} = 1 - \frac{2X(1-X)}{2(1-X) - u \sin^2 \alpha \pm \sqrt{u^2 \sin^4 \alpha + 4u(1-v)^2 \cos^2 \alpha}} \quad (15)$$

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{X}{1 - iZ - \frac{u \sin^2 \alpha}{2(1-X - iZ)} \pm \sqrt{\frac{u^2 \sin^4 \alpha}{4(1-X - iZ)^2} + u \cos^2 \alpha}} \quad (16)$$

$$u = \left(\frac{\omega_H}{\omega} \right)^2 = \frac{e^2 H_0^2}{m_e^2 c^2 \omega^2} \quad Z = \frac{v_e}{\omega} \quad X = \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 = \frac{4\pi e^2 N(z)}{m_e \omega^2}$$

Угол α это угол между волновым вектором и вектором напряженности магнитного поля Земли $\vec{H}_0 = (H_{0x}, H_{0y}, H_{0z})$

Модель ионосферы

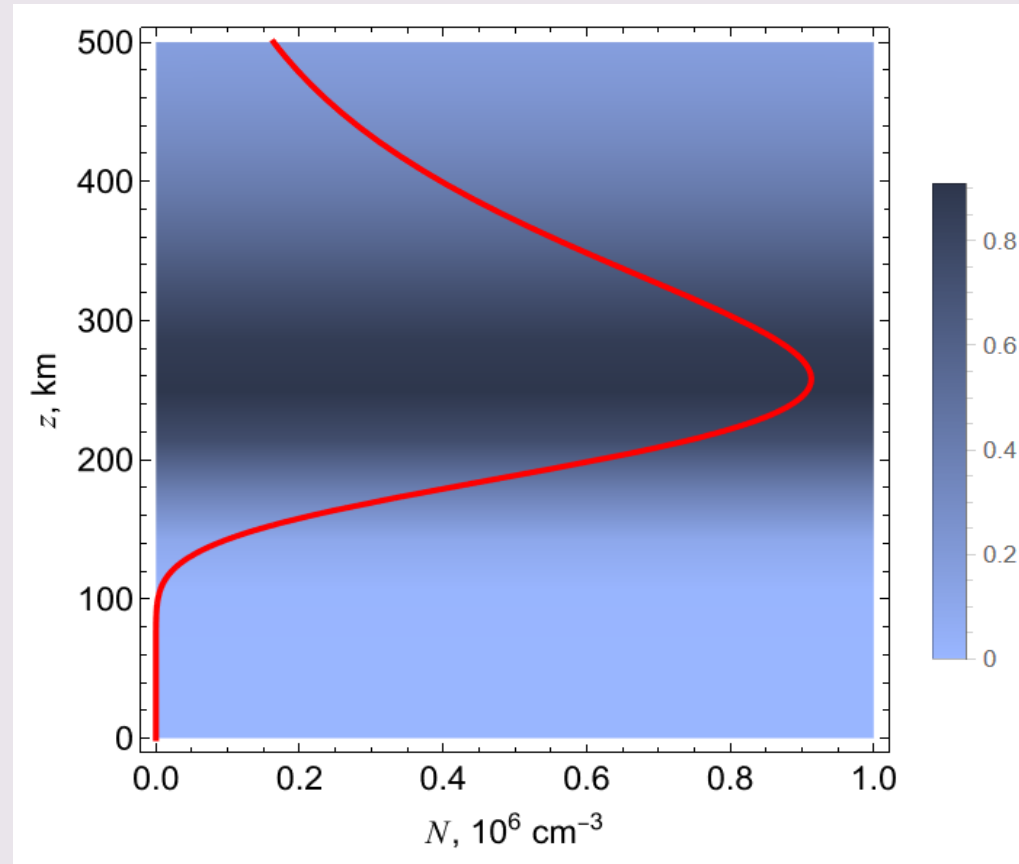


Рис. 1.

На рисунке зависимость электронной концентрации от высоты показана дважды: как в виде жирной красной линии, так и в виде синего фона.

Модель содержит ионосферные слои F. Максимум слоя F1 расположен на высоте ~196 км, а максимум слоя F2 – на высоте ~263 км.

Связь поглощения и мнимой части эффективной диэлектрической проницаемости

Зная амплитуду A и начальную амплитуду E_0 можно, после вычисления расходимости D , перейти к определению эффективной частоты соударений ν_e .
Поглощение:

$$\psi = \int_0^{t_0} \psi'(t) dt \quad \psi'(t) = -\frac{\omega}{c} \chi \frac{H_k}{H_\omega} \quad (17)$$

t_0 – время задержки отражённого от ионосферы сигнала,

χ – мнимая часть показателя преломления.

$$H_\omega = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial(\omega^2 \varepsilon)}{\partial \omega} \quad H_k = 2 \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + \left(k_z - \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right)^2} \quad (18)$$

$$\chi = -\sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{(\operatorname{Re}(\varepsilon_r))^2 + (\operatorname{Im}(\varepsilon_r))^2} - \operatorname{Re}(\varepsilon_r)}$$

Приближенные выражения

Если предположить, что мнимая часть эффективной диэлектрической проницаемости много меньше вещественной и пренебречь влиянием внешнего магнитного поля, то можно получить упрощенное выражение:

$$\psi'(t) \approx \tilde{\psi}'(t) = -\frac{\omega}{2} \varepsilon_2, \quad \varepsilon_2 = \text{Im } \varepsilon_r \quad (19)$$

При расчете амплитуды A использовались точные формулы. Однако при восстановлении эффективной частоты соударений для уменьшения времени вычислений использовались приближённые формулы:

$$\tilde{\psi} = -\ln \frac{A}{D E_0} \quad \tilde{\psi} = -\frac{\omega}{2} \int_0^{t_0} \tilde{\varepsilon}_2 dt \quad \tilde{\varepsilon}_2 = -X Z \quad (20)$$

Метод восстановления эффективной частоты соударений

Интегральное уравнение Вольтерра второго рода:

$$\frac{V_c}{\omega^2} \int_0^{t_m} v_e N dt = -\ln \frac{A}{D E_0} \quad V_c = \frac{4\pi e^2}{m_e} \quad \tilde{L} = -\frac{1}{V_c} \ln \frac{A}{D E_0} \quad (21)$$

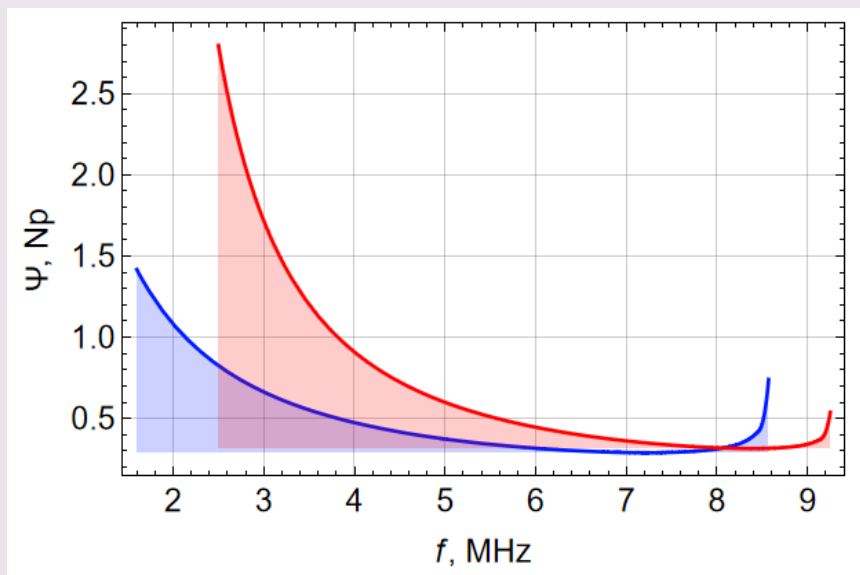
t_m – это время, за которое сигнал проходит расстояние от источника до точки отражения от ионосферы ($t_0 = 2 t_m$). Так как существует нижняя граница ионосферы $z(t_{m0})$ ниже которой электронная концентрация равна нулю, то до некоторой частоты f_0 , для которой время t_m равно t_{m0} , интеграл в левой части (21) равен нулю:

$$\int_0^{t_{m0}} G dt = 0 \quad G = v_e N_c \quad (22)$$

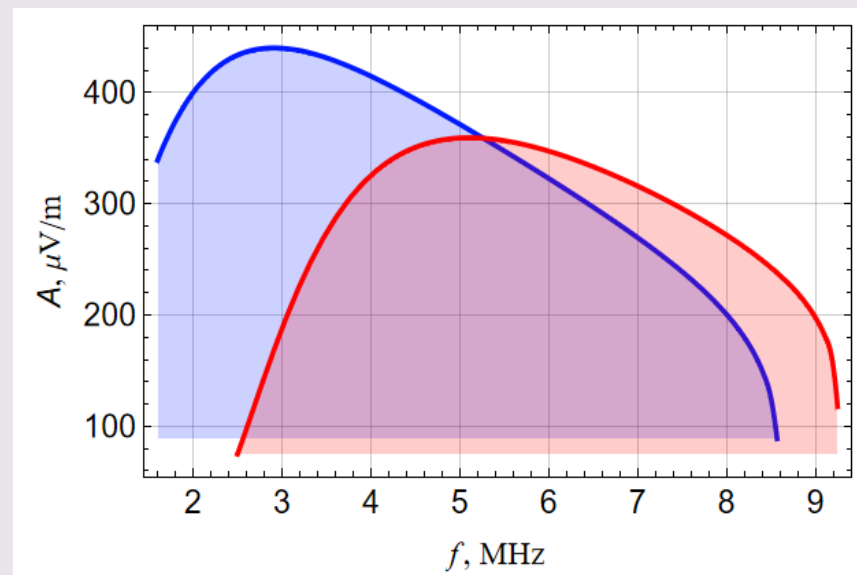
Рекуррентные соотношения:

$$G_1 = L_1 \frac{\omega_1^2}{t_{m1} - t_{m0}} \quad G_j = L_j \frac{\omega_j^2}{t_{m,j} - t_{m,j-1}} - \sum_{i=1}^{j-1} G_i \frac{t_{m,i} - t_{m,i-1}}{t_{m,j} - t_{m,j-1}} \quad (23)$$

Зависимость поглощения ψ и амплитуды A от частоты f



а)



б)

Рис. 2. Зависимость от частоты f : (а) – поглощения ψ , (б) – амплитуды сигнала A

Результаты восстановления эффективной частоты соударений

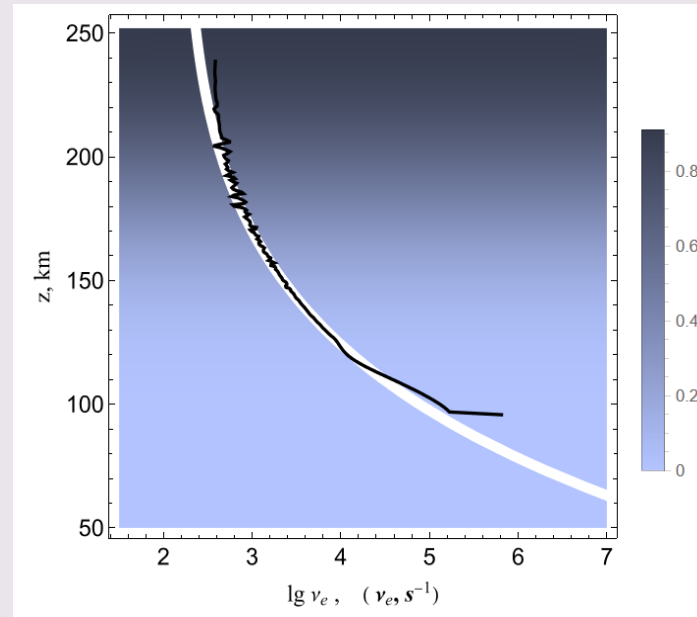
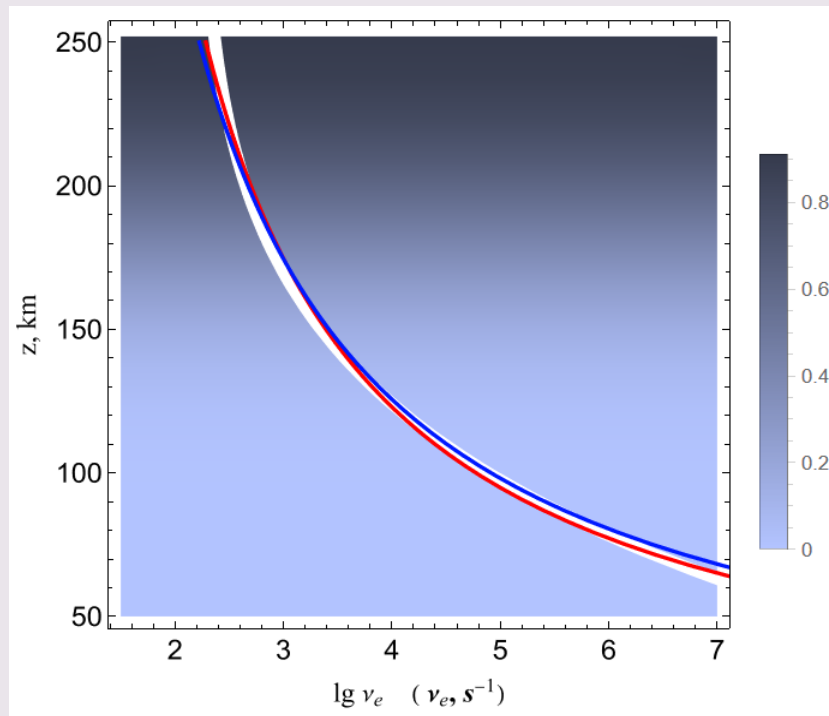


Рис. 3. Сопоставление модельной и расчётной частоты соударений обыкновенной волны: зависимость эффективной частоты соударений от высоты

Показаны результаты моделирования зависимости эффективной частоты соударений ν_e от высоты z для обыкновенной волны: белая линия соответствует исходным значениям ν_e , а черная линия – результат моделирования.

Аппроксимация эффективной частоты соударений



$$\lg \nu_e \approx 0.419059 + \frac{450.897}{z}$$

Рис. 3.

Показаны три кривые: зависимость логарифма эффективной частоты соударений от высоты (белая линия), интерполяционная кривая, построенная по исходным данным, (красная линия) и интерполяционная кривая, построенная по результатам моделирования (синяя линия).

Заключение

- На основе амплитудных данных об ослаблении частотно-модулированного (ЧМ) радиосигнала при вертикальном зондировании ионосферы Земли в работе разработан метод реконструкции эффективной частоты соударений электронов.
- Проведено восстановление эффективной частоты соударений по данным обыкновенной волны. Исследованы параметры радиосигналов в точке приема. Показано, что получено хорошее совпадение исходных значений эффективной частоты соударений и расчётных значений.
- *Исследование выполнялось в рамках гранта Российского научного фонда (проект № 20-12-00299).*

Литература

- Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Распространение частотно-модулированного излучения электромагнитных волн в ионосфере Земли с учетом поглощения и внешнего магнитного поля // [Радиотехника и электроника](#). 2019. Т. 64. № 1. С. 3–14.
- Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. М.: Мир, 1973. 502 с.
- Крюковский А.С., Лукин Д.С., Кирьянова К.С. Метод расширенной бихарактеристической системы при моделировании распространения радиоволн в ионосферной плазме. // Радиотехника и электроника, М.: Наука. 2012. Т.57. № 9. С. 1028–1034.
- Крюковский А.С., Лукин Д.С., Михалёва Е.В., Растягаев Д.В. Развитие метода восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника. 2022. Т. 67. № 2. С. 117–129.
- Cedrik M., Podlesnyi A., Kurkin V. The Different Scale TIDs Diagnostics Based on Chirp-signals Amplitude Measurements Data in Vertical and Near-Vertical Ionosphere Sounding // 2020 7th All-Russian Microwave Conference (RMC), Moscow, Russia, 2020, P. 260-262.
- Danilkin N.P., Denisenko P.F., Barabashov B.G., Vertogradov G.G. Electron collision frequency and HF-waves attenuation in the ionosphere // [International Journal of Geomagnetism and Aeronomy](#). 2005. V. 5. № 3. P. GI3009.
- Kryukovsky A.S., Lukin D.S., Mikhaleva E.V., Popchenko O.V., Rastyagaev D.V. Diagnostics of the Effective Frequency of Electronic Collisions in the Ionosphere Based on Analysis of the Amplitude Characteristics of Continuous Linear Frequency Modulated Radio Signals // 2020 7th All-Russian Microwave Conference (RMC), IEEE, Moscow, Russia, 2020, P. 211-215.
- Kryukovsky A.S., Lukin D.S., Mikhaleva E.V., Rastyagaev D.V. [Application of the bi-characteristic method for reconstructing the effective frequency of electron collisions in the ionosphere](#) // Journal of Physics: Conference Series. Сер. "Russian Open Scientific Conference "Modern Problems of Remote Sensing, Radar, Wave Propagation and Diffraction", MPRSRWPD 2021" 2021. P. 012001.
- Ryabova M.I., Ivanov D.V., Chernov A.A., Ovchinnikov V.V. Experimental Study of Phase-Frequency Responses of HF Radio Channels with the Use of SDR Ionosonde // 2020 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO), Svetlogorsk, Russia, 2020, P. 1-4.

Спасибо за
внимание