УДК 53.04

ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ АКУСТИЧЕСКОЙ И ЭНТРОПИЙНОЙ МОД ВОЗМУЩЕНИЯ АТМОСФЕРНОГО ГАЗА

Е.С. Смирнова

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия
smirnova.ekaterina.serg@gmail.com

DIAGNOSTIC RELATIONS FOR ACOUSTIC AND ENTROPY MODES OF ATMOSPHERIC GAS PERTURBATION

E.S. Smirnova

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia
smirnova.ekaterina.serg@gmail.com

Аннотация. Предлагается метод диагностики модового состава возмущения атмосферы, основанный на аналитическом решении диагностических уравнений, получаемых прямым комбинированием уравнений гидротермодинамики и определяющих акустический и энтропийный режимы. Диагностические уравнения не зависят от времени, что позволяет однозначно разложить общий вектор возмущения на акустическую и энтропийную (стационарную) моды в любой момент времени в пределах всего доступного диапазона высот.

Ключевые слова: возмущение атмосферы; диагностика волнового возмущения; энтропийная мода.

Abstract. The study proposes a method for diagnosing the modal composition of an atmospheric disturbance based on the analytical solution to diagnostic equations that are obtained by direct combination of hydrothermodynamic equations and determine the acoustic and entropy regimes. The diagnostic equations are time-independent, which makes it possible to unambiguously decompose the general disturbance vector into acoustic and entropy (stationary) modes within the entire accessible height range at any time.

Keywords: disturbance of the atmosphere; wave disturbance diagnostics; entropy mode.

ВВЕДЕНИЕ

В работе рассматривается динамика одномерного (1D) возмущения экспоненциально стратифицированной атмосферы под действием гравитационного поля на фоне равновесной температуры, которая зависит от высоты. В таком случае существует три типа движения: две акустические моды, направленные вверх и вниз соответственно, и энтропийная (стационарная) мода, соответствующая нулевой частоте в линейном потоке без потерь [Kovasznay, 1953; Chu, Kovasznay, 1958]. Предложенный метод диагностики представляет собой непосредственное разложение суммарного возмущения атмосферного газа на энтропийную и акустическую компоненты без разделения на направленные волны [Брежнев и др., 1994; Leble, Perelomova, 2013]. Подобное разложение может быть полезно как при интерпретации экспериментальных данных мониторинга динамики возмущенной атмосферы [Zettergren, Snively, 2015], так и при валидации численного моделирования.

Теоретическое обоснование предложенного метода диагностики данных опирается на уравнения баланса (система уравнений гидротермодинамики) и характерные граничные условия. В данной работе развиваются идеи работы [Брежнев и др., 1994], где режимы плоского возмущения определяются с помощью так называемых диагностических соотношений, которые связывают конкретные возмущения и не зависят от времени. Аналитическое решение соответствующих диагностических уравнений дает возможность различать акустическую и энтропийные моды возмущения в любой момент времени, прогнозировать их динамику и оценивать их вклад в общую энергию возмущения, который остается постоянным во времени.

Важным результатом данного диагностического метода является возможность выделять из общего поля возмущения энтропийную моду как функцию высоты. Известно, что эволюция энтропийной моды определяет вариацию параметров фонового состояния среды распространения, что может повлечь изменения параметров распространения акустических волн в этой среде. Отдельное изучение энтропийного режима возмущения важно, например, при моделировании явления потепления атмосферы (хитинга), которое можно описать в рамках нелинейного взаимодействия акустических волн и энтропийных мод при наличии диссипации [Брежнев и др., 1994; Perelomova, 2009; Karpov et al., 2016; Butler et al., 2017].

Исходные уравнения

Продолжая идеи [Leble, Perelomova, 2013, 2018], запишем систему уравнений баланса количества движения, энергии и массы:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{\overline{\rho}(0)}\left(\frac{\gamma-2}{2\gamma H(0)} - \frac{H(0)}{H(z)}\frac{\partial}{\partial z}\right)P + \frac{\Phi}{\gamma H(0)\overline{\rho}(0)} \qquad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\gamma H(0)\overline{\rho}(0)\frac{\partial U}{\partial z} - gH(0)\overline{\rho}(0)\frac{\gamma-2}{2H(z)}U, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\nu(z)}{H(z)} gH(0)\overline{\rho}(0)U, \qquad (3)$$

где

$$\nu(z) = \gamma - 1 + \gamma\frac{dH(z)}{dz} > 0.$$

В системе уравнений (1)–(3) P, Φ, U — величины, представляющие возмущение давления p', возмущение энтропии φ' и вертикальную скорость потока V соответственно

$$P = p' \exp\left(\int_0^z \frac{dz'}{2H(z')}\right),$$
$$\Phi = \varphi' \exp\left(\int_0^z \frac{dz'}{2H(z')}\right), \qquad (5)$$
$$U = V \exp\left(\int_0^z \frac{dz'}{2H(z')}\right).$$

Вместо возмущения плотности ρ′ вводится величина φ′

$$\varphi' = p' - \gamma \frac{\overline{p}}{\overline{\rho}} \rho'. \qquad (8)$$

где параметр $\gamma = C_p/C_v$. Мы назовем эту величину возмущением энтропии, поскольку при $g=0$ и постоянной фоновой температуре T φ′ отвечает за отклонение энтропии идеального газа от равновесного значения [Perelomova, 2000].

Главный функциональный параметр в данном случае — высота однородной атмосферы $H(z)$, которая в общем случае зависит от высоты [U.S. Standard Atmosphere, 1976],

$$H(z) = \frac{\overline{p}}{\overline{\rho} q} = \frac{T(z)\left(C_p - C_v\right)}{q}. \qquad (9)$$

Диагностические соотношения

Диагностическая связь между возмущениями давления и энтропии в акустическом режиме для произвольной устойчивой стратификации одномерной атмосферы является результатом подстановки уравнения (3) в уравнение (2):

$$P_a = \left(\frac{\gamma - 2}{2v(z)} + \gamma \frac{\partial}{\partial z} \frac{H(z)}{v(z)}\right) \Phi_a. \qquad (10)$$

Положив $U=0$ в (1), найдем диагностическую связь в стационарном (энтропийном) режиме:

$$\Phi_0 = \left(\frac{\gamma - 2}{2} + \gamma H(z) \frac{\partial}{\partial z}\right) P_0. \qquad (11)$$

Перепишем полученные соотношения в операторном виде:

$$P_a D_a \Phi_a = 0, \qquad (12)$$

$$\Phi_0 + D_0 P_0 = 0, \qquad (13)$$

где введены дифференциальные операторы первого порядка

$$D_a = -\left(\frac{\gamma - 2}{2v(z)} + \gamma \frac{\partial}{\partial z} \frac{H(z)}{v(z)}\right),$$
$$D_0 = \left(-\frac{\gamma - 2}{2} + \gamma H(z) \frac{\partial}{\partial z}\right). \qquad (14)$$

Уравнения (12), (13) — диагностические соотношения, которые разделяют акустический и энтропийный режимы в одномерной атмосфере с произвольной стратификацией.

Диагностические уравнения

Введем вектор состояния

$$\begin{pmatrix} P \\ \Phi \end{pmatrix}$$

и подействуем на него строкой $(1 \quad D_a)$. В результате получим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка, которое назовем диагностическим,

$$\left(1 - D_a D_0\right) P_0 = P + D_a \Phi = f_0(z). \qquad (17)$$

Аналогично получим второе дифференциально-диагностическое уравнение второго порядка, подействовав строкой (D_0 1) на вектор состояния (16),

$$\left(D_a D_0 - 1\right) P_0 = D_a D_0 P + D_a \Phi = f_a(z). \qquad (18)$$

В (17) и (18) функции $f0(z)$ и $f_a(z)$ определяются набором экспериментальных или численных данных возмущения параметров среды через соотношения (5).

Решение дифференциальных уравнений (17) и (18) с характерными граничными условиями позволяет выделить акустическую и энтропийную моды из общего поля возмущения давления как функцию высоты [Leble, Smirnova, 2021].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в работе диагностический метод, основанный на аналитически установленных соотношениях, заложенных в системе уравнений гидротермодинамики, может стать точным инструментом для оценки и прогнозирования динамики акустической и энтропийной мод.

Исследование выполнено при финансовой поддержке БФУ им. Канта в рамках научного проекта № 122051300013-8.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Брежнев Ю., Кшевецкий С., Лебле С. Линейная инициализация гидродинамических полей. *Физика атмосферы и океана*. 1994. Т. 30. С. 84–88.

Butler A.H., Sjoberg J.P., Seidel D.J., Rosenlof K.H. A sudden stratospheric warming compendium. *Earth Syst. Sci. Data*. 2017. Vol. 9. P. 63–76.

Chu B.-T., Kovasznay L.S.G. Non-linear interactions in a viscous heat-conducting compressible gas. *J. Fluid Mech*. 1958. Vol. 3. P. 494–514.

Karpov I.V., Kshevetsky S.P., Borchevkina O.P., et al. Disturbances of the upper atmosphere and ionosphere caused by acoustic-gravity wave sources in the lower atmosphere. *Russ. J. Phys. Chem. B*. 2016. Vol. 10, no. 1. P. 127–132.

Kovasznay L.S.G. Turbulence in supersonic flow. *J. Aeronaut. Sci*. 1953. Vol. 20. P. 657–674.

Leble S., Perelomova A. Problem of proper decomposition and initialization of acoustic and entropy modes in a gas affected by the mass force. *Appl. Math. Model*. 2013. Vol. 37. P. 629–635.

Leble S., Perelomova A. Decomposition of acoustic and entropy modes in a non-isothermal gas affected by a mass force. *Archives of Acoustics*. 2018. Vol. 43. P. 497–503.

Leble S., Smirnova E. Diagnostic relations between pressure and entropy perturbations for acoustic and entropy modes. *Atmosphere*. 2021. Vol. 12, no. 9. P. 1164.

Perelomova A. Nonlinear dynamics of directed acoustic waves in stratified and homogeneous liquids and gases with arbitrary equation of state. *Archives of Acoustics*. 2000. Vol.

25. P. 451–463.

Perelomova A. Weakly nonlinear dynamics of short acoustic waves in exponentially stratified gas. *Archives of Acoustics.* 2009. Vol. 34. P. 127–143.

U.S. Standard Atmosphere. Washington: U.S. Government Printing Office, 1976. 230 p.

Zettergren M.D., SnivelyJ.B. Ionospheric response to infrasonic-acoustic waves generated by natural hazard events *J. Geophys. Res.: Space Phys*. 2015. Vol. 120. P. 8002–8024.

.