

# Интерпретация квазипериодических колебаний факельных образований на Солнце

Стрекалова П. В.<sup>1</sup>, Смирнова В. В.<sup>1</sup>, Наговицын Ю. А.<sup>1,2</sup>  
Соловьев А. А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Россия

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский Государственный Университет Аэрокосмического Приборостроения

Иркутск 2019



Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
ГЛАВНАЯ (ПУЛКОВСКАЯ)  
АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

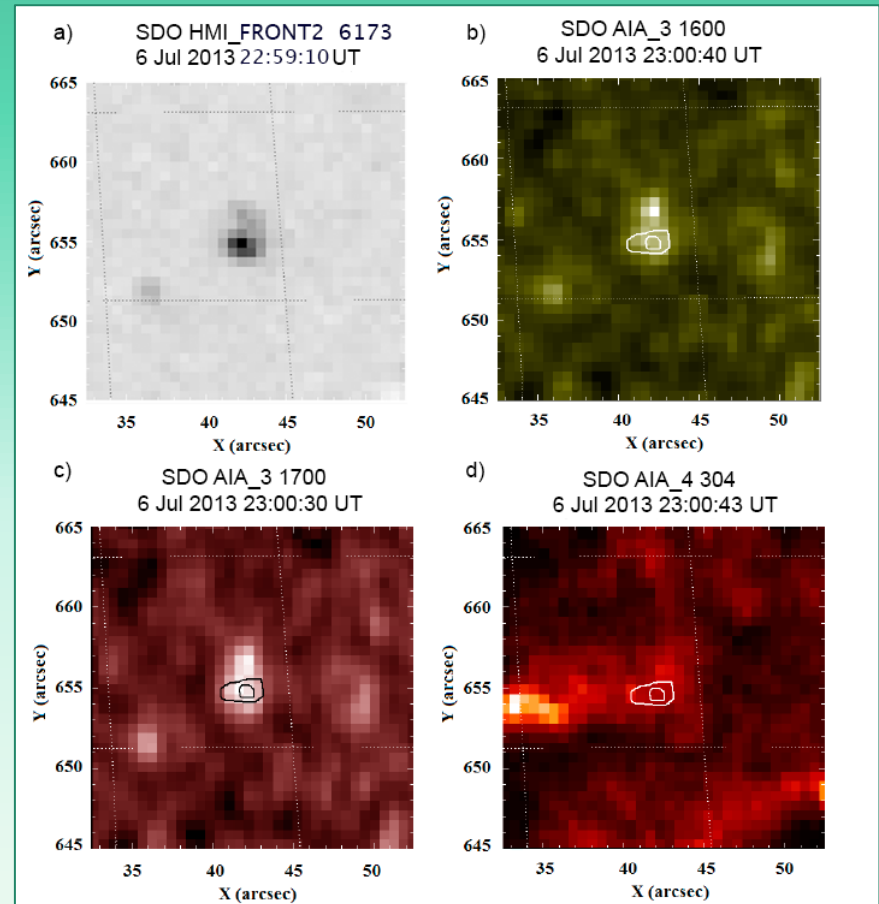
# Факельные образования

**ФО** — надкласс, объединяющий мелкомасштабные, долгоживущие, устойчивые, уединённые магнитные структуры.

**ФО** не принадлежат факельным полям вокруг пятен или активных областей.

## Характерные параметры:

- Время жизни — 9-33 часа (по магнитному полю)
- Напряжённость магнитного поля — 350-1100 G (максимальная)
- Характерный размер — 1500-4000 км



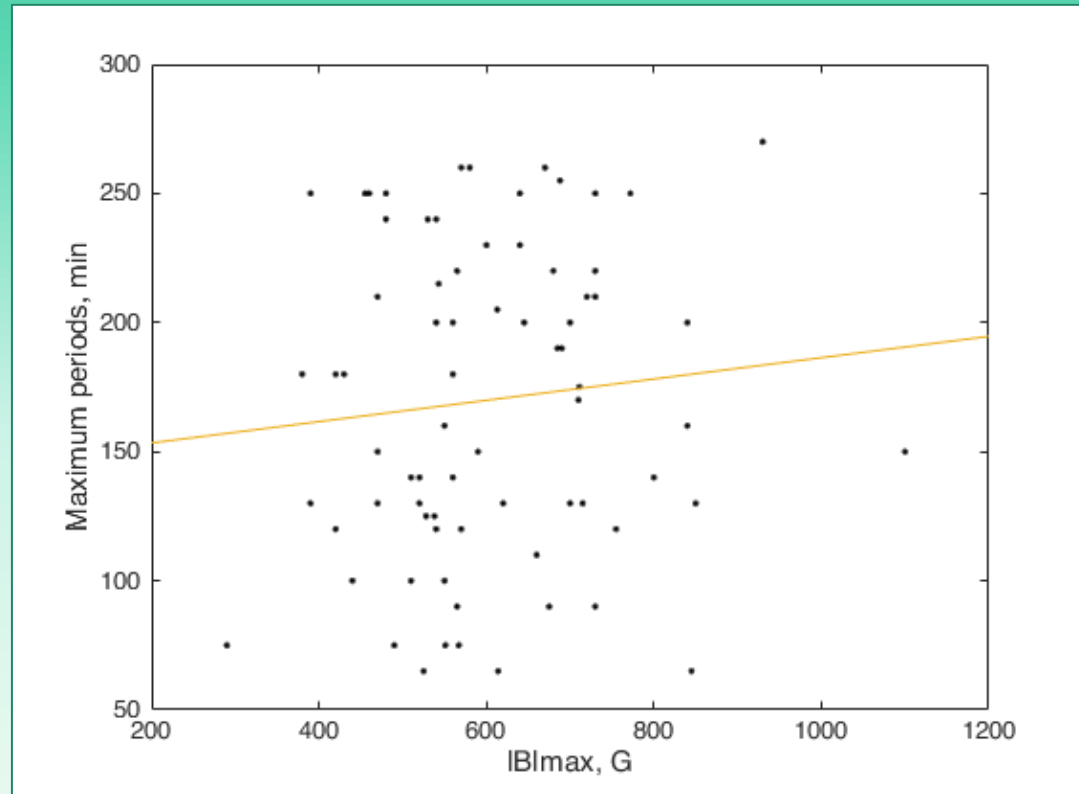
# Колебания магнитного поля

Использованы магнитограммы SDO HMI:

- пространственное разрешение 1"
- шаг по времени 45 секунд

Для выявления колебаний использовался вейвлет-анализ и метод EMD [Huang et al., 1998]

Наиболее интересны (наименее изучены) долгопериодические колебания магнитного поля с периодами 25-280 минут



# Анализ на цветные шумы

Полученные колебательные моды проверялись на принадлежность к цветным шумам, чья спектральная энергия распределена по степенному закону:

$$S \sim 1/f^\alpha$$

$S$  – спектральная плотность мощности сигнала  
 $\alpha$  – параметр, определяющий цвет шума.

•  $\alpha = 0$  – белый шум

•  $\alpha = 1$  – розовый шум

•  $\alpha = 2$  – красный шум

*Критерии «шумности» мод:*

- Визуальный наклон распределения спектральной энергии.

Энергии  $E$  шумовых мод связаны с периодом  $P$ , как

$$E * P^{(1-\alpha)} = const$$

- Шумные моды имеют диадный характер. Т.е. увеличение периода каждой последующей моды приблизительно в два раза [Flandrin et al 2015]
- Амплитуды красного и розового шумов имеют нормальное распределение

[Wu & Huang, 2003]



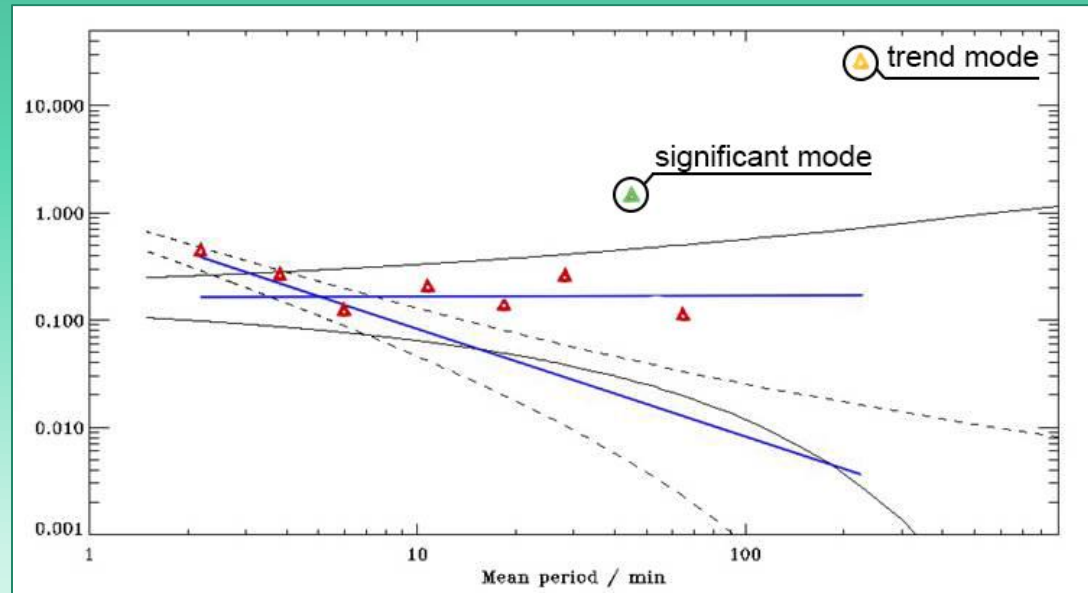
# Цветные шумы в сигнале

Колебательная мода значимая, когда её спектральная энергия лежит выше доверительных интервалов цветных шумов.

Доверительные интервалы для каждого типа шума определялись путем моделирования синтетических шумов в соответствии с законом распределения их спектральной энергии.

Трендовая всегда лежит выше всех доверительных интервалов, но значимой, очевидно, не является.

[Kolotkov et. al, 2016]



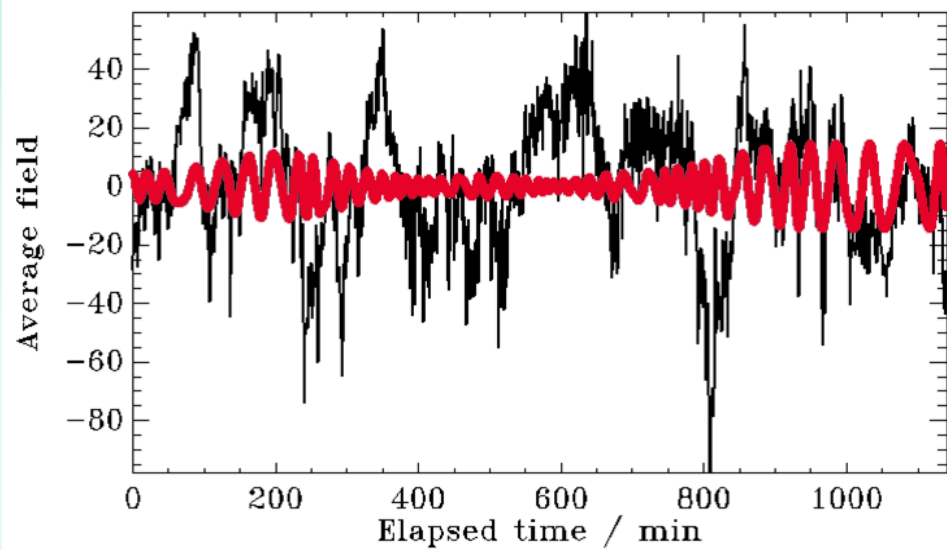
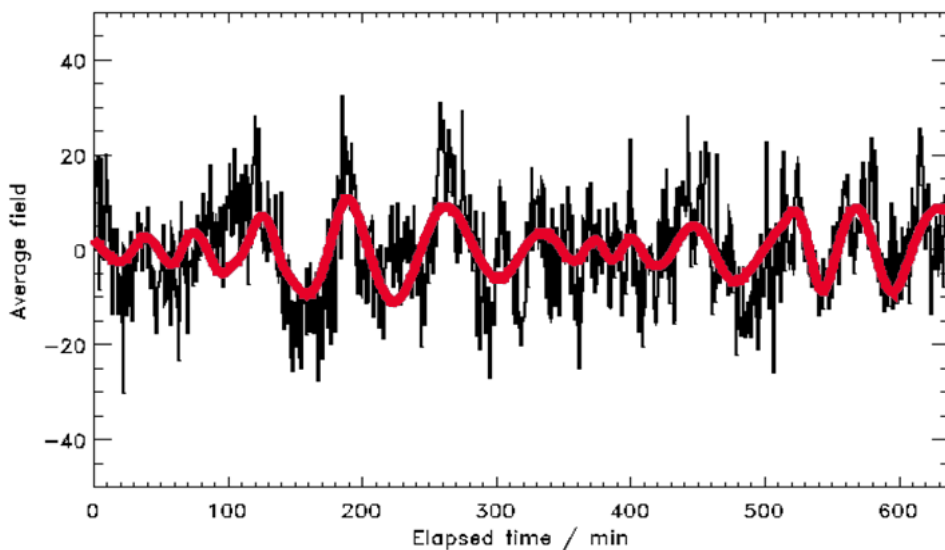
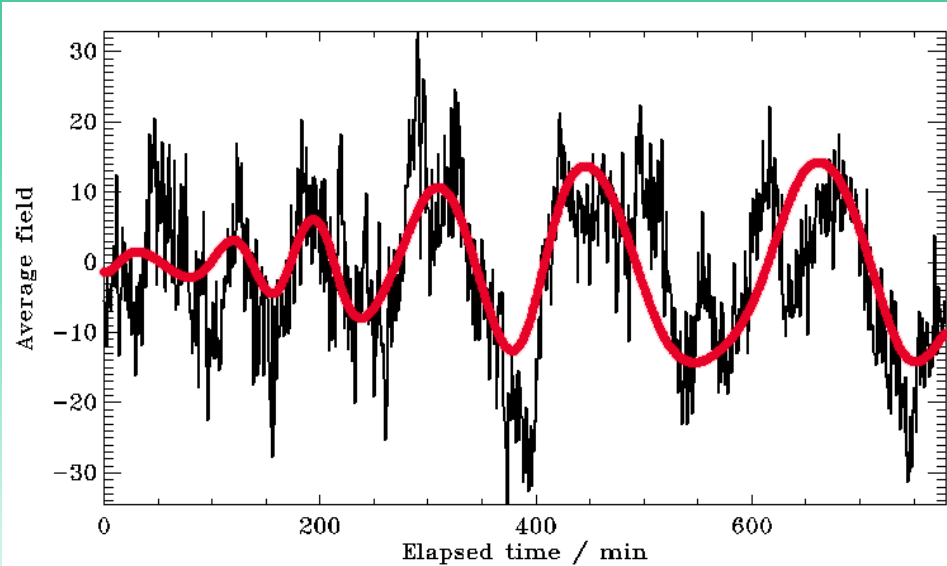
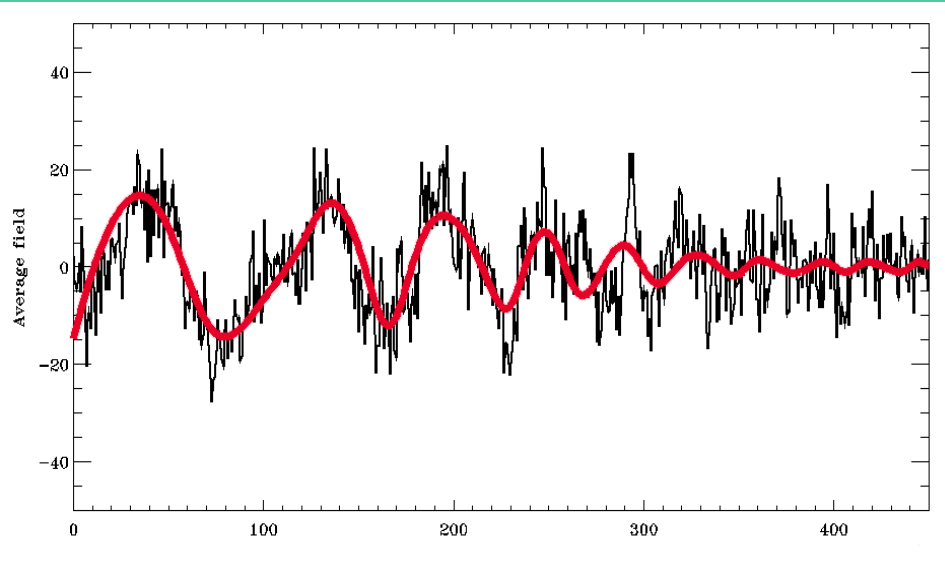
*Зависимость спектральной энергии колебаний от периода. Сплошные линии показывают доверительный интервал розового шума, пунктирные линии обозначают белый шум. Значимая мода находится чуть выше доверительного интервала розового шума (пример)*

# Значимые колебательные моды

Во всех исследованных случаях, где максимальное магнитное поле превышало 500 Гс, было обнаружено по одной значимой моде одного из трёх типов:

- 1) Период и амплитуда растут со временем
- 2) Период и амплитуда уменьшаются со временем
- 3) Режимы возрастания и убывания амплитуды и периода сменяют друг друга

# Виды значимых мод



# Аналитическое описание значимых мод

**Первый подход** [Solov'ev et al., 2019] : **ФО** – как система с переменной по времени жёсткостью.

Для неё решается уравнение малых линейных колебаний при наличии трения (демпфирования):

$$\ddot{x}(t) + 2\beta\dot{x}(t) + W^2(t)x(t) = 0, (1)$$

$W(t)$  - эффективная упругость системы (возвращающая сила на единицу массы).

Было получено решение:

$$x(t) = A_0 \exp[(\gamma - \beta)t] \cos \left[ \frac{\omega_0}{2\gamma} \exp(-2\gamma t) + \varphi \right], (2)$$

$A_0$  – амплитуда колебаний  
 $\gamma$  – инкремент возрастания,  
 $\beta$  – коэффициент трения,  
 $W(t)$  – эффективная упругость системы (возвр. сила на ед. массы)  
 $\omega_0$  – частота в нач. момент,  
 $\varphi$  – начальная фаза

Изменяя параметры  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\omega_0$  и  $\varphi$  можно подобрать функции, достаточно хорошо описывающие колебания 1 и 2 типа. Но для 3 типа – либо собирать кусочную функцию из частей с разными начальными параметрами, либо в рамках механической аналогии переходить к альтернативному выражению возвращающей силы, вводя модуляцию амплитуды.





# Аналитическое описание значимых мод

**Первый подход** [Solov'ev et al., 2019] : **ФО** – как система с переменной по времени жёсткостью.

Для неё решается уравнение малых линейных колебаний при наличии трения (демпфирования):

$$\ddot{x}(t) + 2\beta\dot{x}(t) + W^2(t)x(t) = 0, (1)$$

$W(t)$  - эффективная упругость системы (возвращающая сила на единицу массы).

Было получено решение:

$$x(t) = A_0 \exp[(\gamma - \beta)t] \cos \left[ \frac{\omega_0}{2\gamma} \exp(-2\gamma t) + \varphi \right], (2)$$

$A_0$  – амплитуда колебаний  
 $\gamma$  – инкремент возрастания,  
 $\beta$  – коэффициент трения,  
 $W(t)$  – эффективная упругость системы (возвр. сила на ед. массы)  
 $\omega_0$  – частота в нач. момент,  
 $\varphi$  – начальная фаза

Переходим в рамках механической аналогии:

$$W^2(t) = \omega_0^2 \exp(-4\gamma t) - \gamma^2 + \beta^2 (3)$$



$$W^2 = \omega_0^2 [1 - a \sin(\gamma(t - t_0))]^2 (3a)$$

где  $0 < a < 1$  константа, определяющая амплитуду периодической модуляции.

# Аналитическое описание значимых мод

**Второй подход** основан на фитировании значимых мод с последующей физической интерпретацией.

Исходя из предположения о нелинейности колебаний, возьмём выражение колебаний:

$$x(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right), (4)$$

Теперь предположим, что амплитуда изменяется по Гауссу:

$$A = A_0 \exp\left(\frac{-(t-t_0)^2}{2c^2}\right), (5)$$

Свяжем амплитуду и период соотношением, полученным в статье [Kolotkov et al., 2017] для одного из наших объектов, который имел значимую моду 1 типа:

$$T = dA^p + b, (6) \quad \text{где } d, p, \text{ и } b \text{ константы.}$$

Можно подобрать значения параметров для колебаний 1 и 2 типа, соответствующие наблюдениям. Однако случай биений всё же требует отдельного рассмотрения.



# Аналитическое описание значимых мод

Для случая **биений** мы использовали приближение системы двух линейных осцилляторов со слабой связью, рассматривая колебания системы как суперпозицию двух колебаний с близкими частотами.

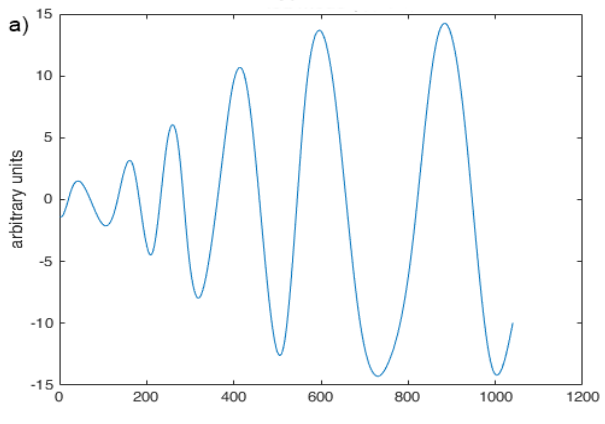
Одним их известных решений уравнений движения для такой системы является уравнение:

$$x(t) = 2A \sin \omega_a t \cdot \sin \omega_b t, (7)$$

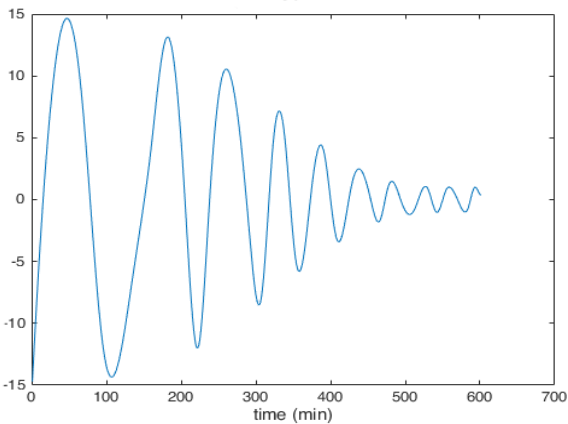
Где  $\omega_a$  – средняя частота колебаний системы, а  $\omega_b$  – частота изменения амплитуды

obtained modes

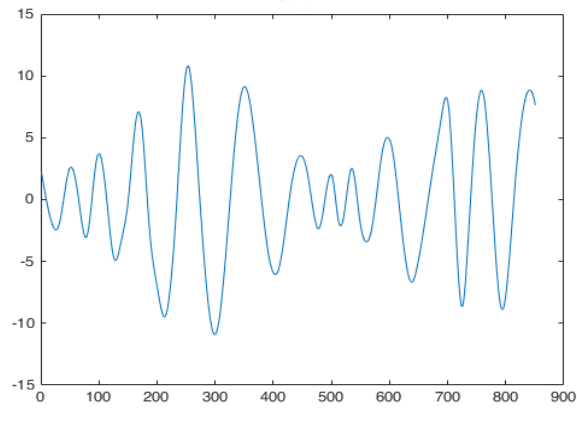
type 1



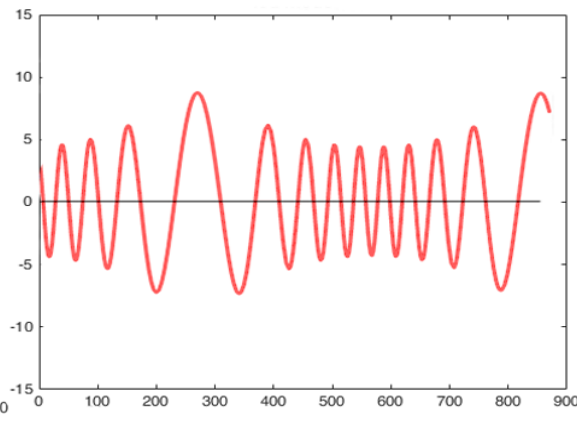
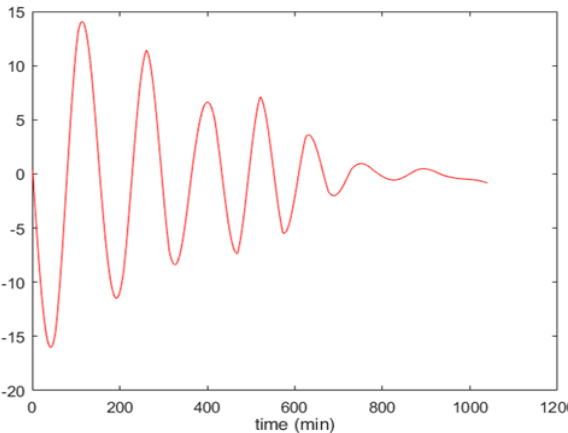
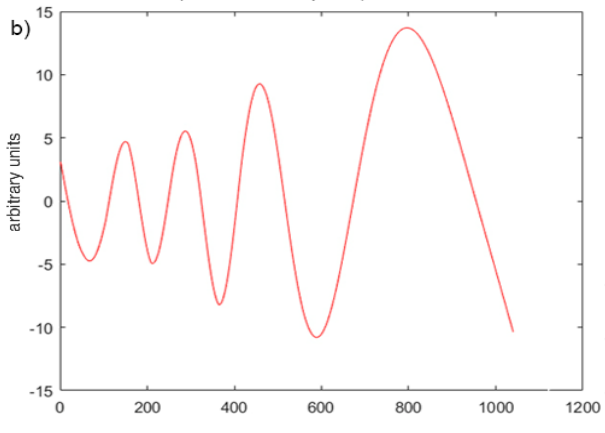
type 2



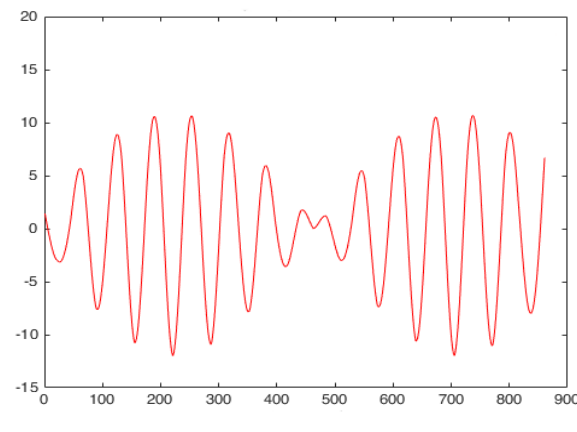
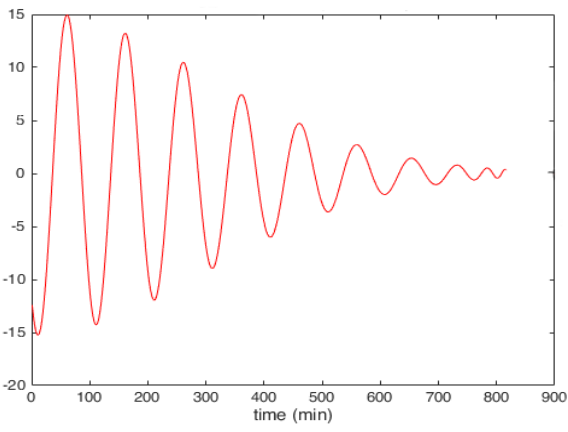
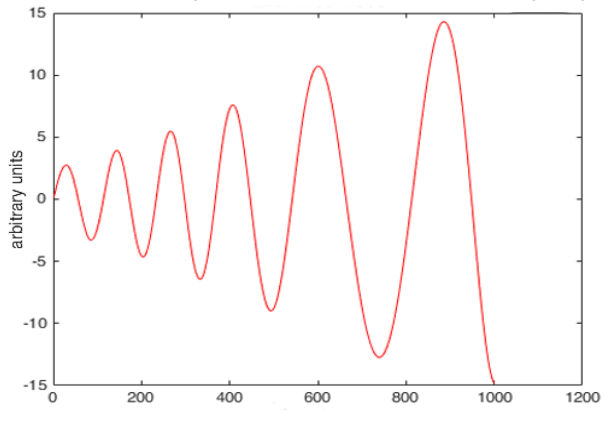
type 3



calculated mods (linear assumption)



calculated mods (nonlinear & two oscillators assumption)



# Выводы

- И линейный, и нелинейный подходы могут описать колебательные моды, полученные из сигнала магнитограмм ФО для мод 1 и 2 типа, однако нелинейный подход с введением степенной зависимости точнее фитирует форму наблюдаемых колебаний.
- Вопрос о физике процесса пока остаётся открытым. Можно предположить, что «лёгкие» ФО испытывают толчки со стороны более массивных динамических структур, например, супергранул, а возвращающими являются горизонтальные магнитные силы магнитных трубок ФО.
- Случай с биениями достаточно хорошо описывается системой двух слабосвязанных осцилляторов. Это может говорить о воздействии на ФО внешних объектов, колеблющихся на близких частотах, или о взаимодействии относительно слабо связанных структур внутри ФО (магнитные трубки из которых состоят ФО).
- Предложенные аналитические модели способны в первом приближении описать выявленные колебания, однако становится очевидно, что реальная физика колебательных процессов, происходящих в магнитном поле факельных образований, гораздо более сложна.

# Выводы

Анализируя полученные результаты можно предположить, что колебательная система слабонелинейная и гораздо более точно может быть описана с помощью уравнения Дуффинга:

$$\ddot{x} + k\dot{x} + \omega^2 x + \alpha x^3 = F \cos \omega t, (8)$$

Это уравнение представляет собой пример системы с нелинейной восстанавливающей силой и затуханием, совершающей вынужденные колебания при гармоническом внешнем воздействии.

Однако даже численное его решение является довольно сложной задачей.



Спасибо за внимание!

