# Дрейфово-компрессионные волны, распространяющиеся в направлении дрейфа энергичных электронов в магнитосфере

Костарев Д.В., Магер П.Н.

Институт солнечно-земной физики СО РАН, г Иркутск. 2017

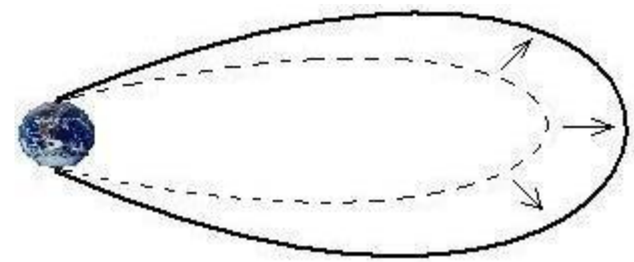
# УНЧ-волны в магнитосферной плазме

тороидальные

$$B_A >> B_R, B_\parallel$$

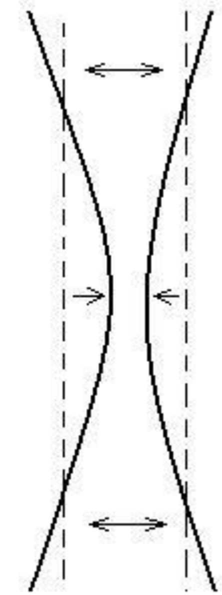
полоидальные

$$B_R >> B_A, B_\parallel$$



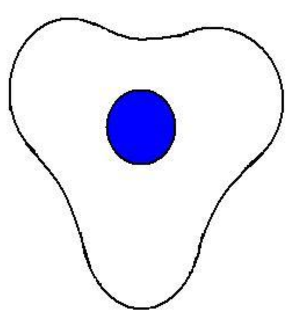
компрессионные

$$B_\parallel >> B_R, B_A$$

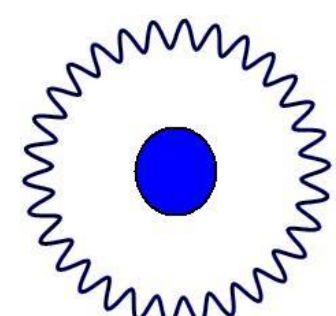


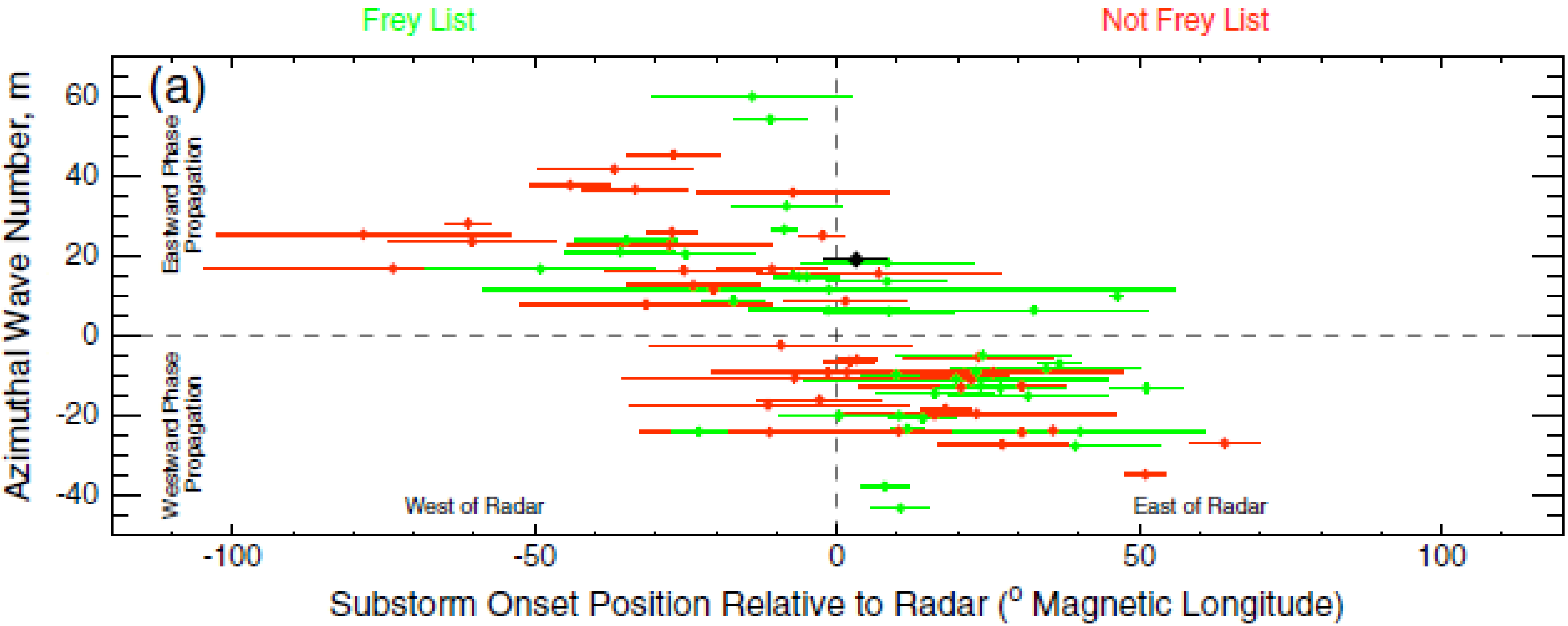
Поперечная структура

крупномасштабные

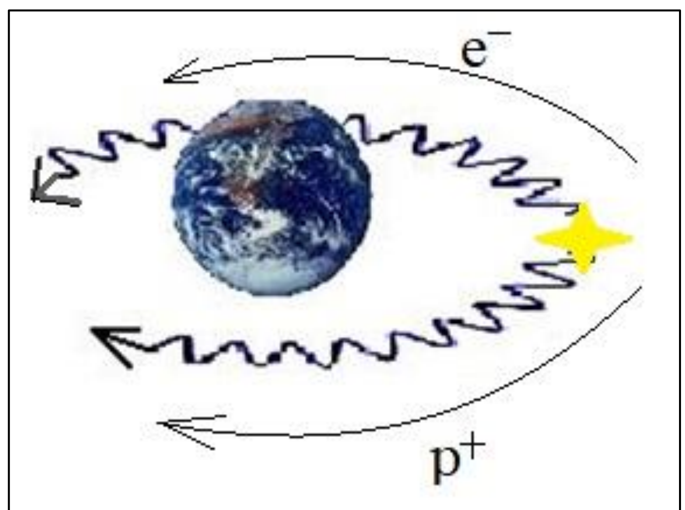


мелкомасштабные



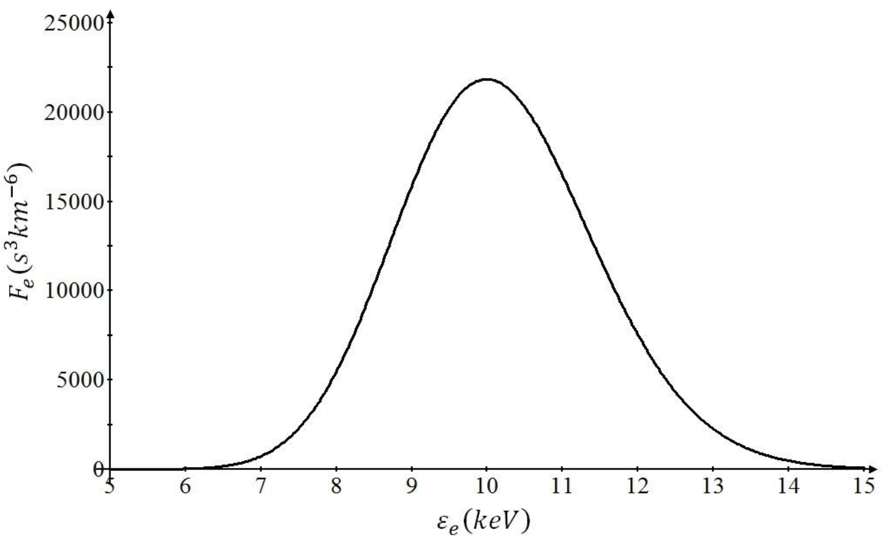



[M. K. James, T. K. Yeoman, P. N. Mager, and D. Yu. Klimushkin The spatio-temporal characteristics of ULF waves driven by substorm injected particles, J. Geophys. Res. 2013. 118, 1737–1749]

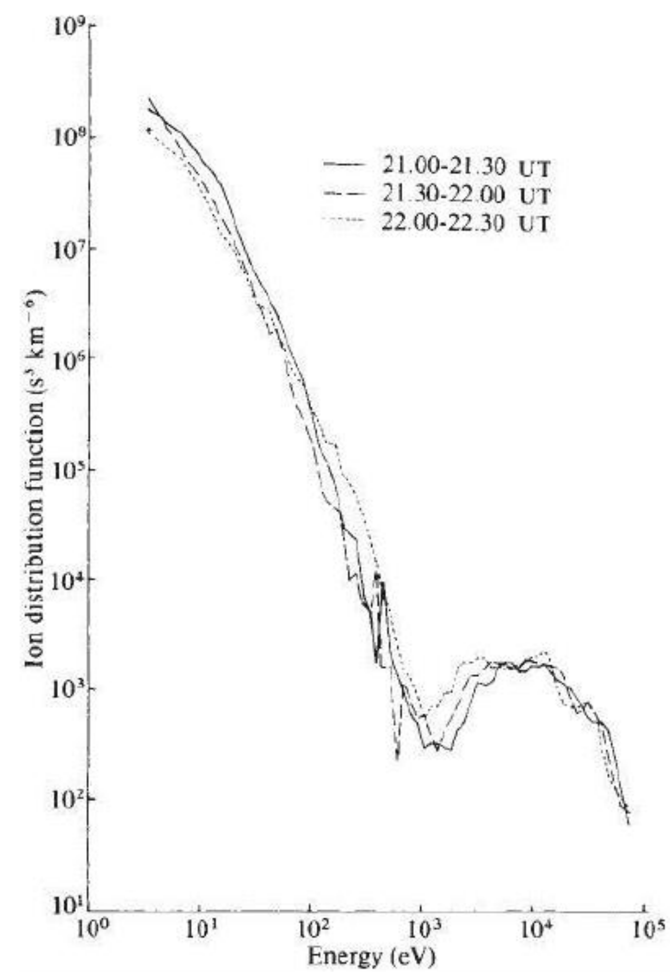


# Функция распределения:

$$F_e = \frac{n_e}{4\sqrt{2}\pi\Gamma(S+3/2)\left(\varepsilon_{0_e}\right)^{S+\frac{3}{2}}}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{0_e}}\right)^{S}\exp\left(-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{0_e}}\right)$$




$$\varepsilon_{e_{max}} = 10 \text{ keV} \qquad S = 60$$




[Hughes, W. J. et al., Alfven waves generated by an inverted plasma energy distribution, Nature, Res. 1978. 275, p. 43–45]

# Основные уравнения:

$$b_{\parallel}(l) = 4\pi m_p \langle \frac{\hat{Q}_p F_p}{\omega + \overline{\omega_{d_p}}} \mu \overline{\left(\mu b_{\parallel}(l)\right)} \rangle + 4\pi m_e \langle \frac{\hat{Q}_e F_e}{\omega - \overline{\omega_{d_e}}} \mu \overline{\left(\mu b_{\parallel}(l)\right)} \rangle$$

$$\langle \dots \rangle = 4\pi \int (\dots) \frac{B}{|v_{\parallel}|} d\mu d\varepsilon$$

$$\tau_b = 2 \int_{-l_0}^{l_0} |v_{\parallel}|^{-1} dl_{\parallel}$$

$$\overline{(\dots)} = \frac{2}{\tau_b} \int_{-l_0}^{l_0} (\dots) |v_{\parallel}|^{-1} dl_{\parallel}$$

$$\hat{Q}_{p,e} = \omega \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \pm \frac{k_2}{\omega_{c_{p,e}} \sqrt{g_2}} \frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{\partial}{\partial x^1},$$

$$\omega_{d_{p,e}} = |\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{V}_{d_{p,e}}| = \left| \frac{k_2}{\omega_{c_{p,e}} \sqrt{g_2}} \left( \frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{B'}{2B} v_{\perp}^2 - \frac{v_{\parallel}^2}{R} \right) \right|$$

# Дисперсионное соотношение:

$$\Lambda_N = \frac{\beta_p}{L_{b_p}} f_p(\omega) + \frac{3}{2}\frac{\beta_e}{L_{b_e}} f_e(\omega)$$

$$f_e(\omega) = \frac{\omega}{\Omega_{d_e}}\left(1 - \frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}}\right) - \left(\frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}} + \frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}}\right) + \frac{\omega}{\Omega_{d_e}}\left[\left(\frac{\omega}{\Omega_{d_e}} - S\right)\left(1 - \frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}}\right) - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}} + \frac{3}{2}\frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}}\right]$$

$$\cdot \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(S+5/2)}\left[\sum_{m=0}^{S+1}\frac{\Gamma(m+1/2)}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{\omega}{\Omega_{d_e}}\right)^{S+1-m} + \left(\frac{\omega}{\Omega_{d_e}}\right)^{S+\frac{3}{2}} Z\left(\sqrt{\frac{\omega}{\Omega_{d_e}}}\right)\right]$$

$$f_p(\omega) = \frac{15}{8}\frac{\omega_{\varepsilon_p}^*}{\Omega_{d_p}} + \left(\frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}} - \frac{3}{2}\frac{\omega_{\varepsilon_p}^*}{\Omega_{d_p}} - \frac{\omega}{\Omega_{d_p}} - \frac{\omega_{\varepsilon_p}^*}{\Omega_{d_p}}\frac{\omega}{\Omega_{d_p}}\right)$$

$$\cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\frac{\omega}{\Omega_{d_p}} + \left(\frac{\omega}{\Omega_{d_p}}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\Omega_{d_p}}\right)^3 Z^+\left(\sqrt{\frac{\omega}{\Omega_{d_p}}}\right)\right)$$

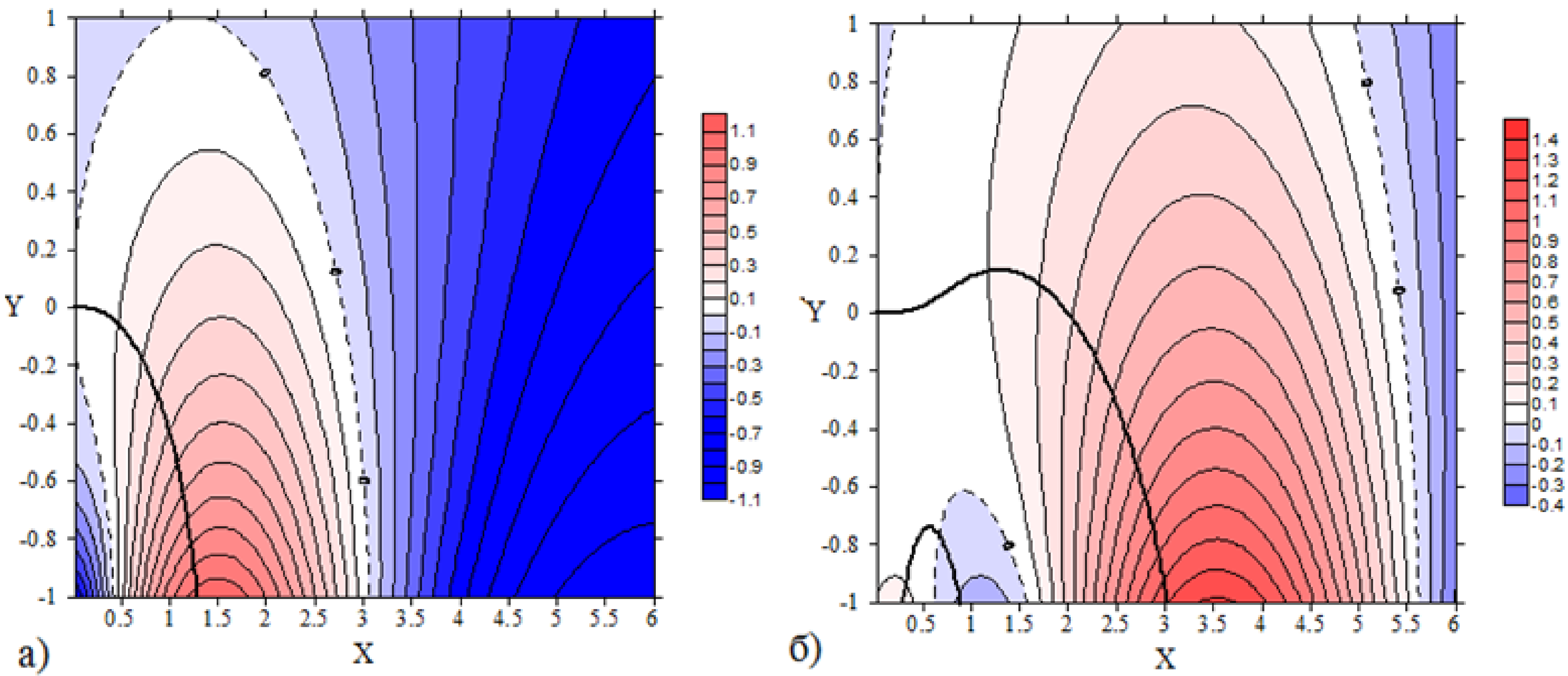
$$Z^+\left(\sqrt{\frac{\omega}{\Omega_{d_p}}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{+\infty}\frac{e^{-t^2}}{t^2 + \omega/\Omega_{d_p}}\,dt \qquad Z\left(\sqrt{\frac{\omega}{\Omega_{d_e}}}\right) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-t^2}}{t - \sqrt{\omega/\Omega_{d_e}}}\,dt$$

# Численное решение:

$$f(\omega_N) \equiv f_p(a\omega_N) + \frac{3}{2}\frac{\beta_e}{\beta_p} f_e(\omega_N) = \frac{L_{b_p}}{\beta_p}\Lambda_N$$

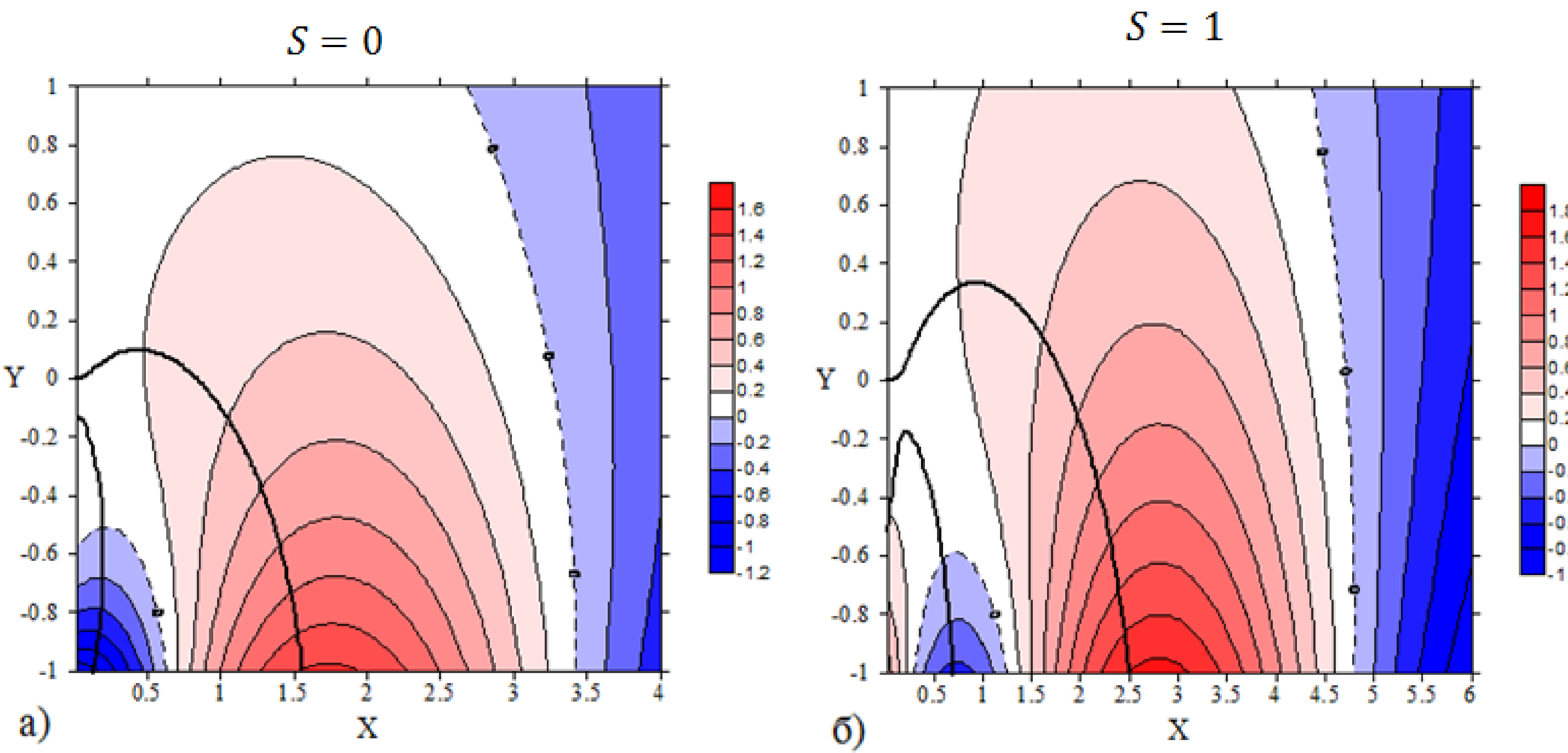
$$\boldsymbol{X = Re\left(\omega/\Omega_{d_e}\right)} \qquad \boldsymbol{Y = Im\left(\omega/\Omega_{d_e}\right)}$$

$S = 0$ $\qquad\qquad$ $S = 1$




$$\frac{\omega^*_{n_p}}{\Omega_{d_p}} = 0 \qquad \frac{\omega^*_{\varepsilon_p}}{\Omega_{d_p}} = 0 \qquad \frac{\omega^*_{n_e}}{\Omega_{d_p}} = 0 \qquad \frac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_p}} = 0$$

# Численное решение:




$$\frac{\omega^*_{n_p}}{\Omega_{d_p}} = 0.1 \qquad \frac{\omega^*_{\varepsilon_p}}{\Omega_{d_p}} = 0.1 \qquad \frac{\omega^*_{n_e}}{\Omega_{d_p}} = 0.5 \qquad \frac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_p}} = -0.5$$

# Основные выводы:

Дрейфово-компрессионные моды могут распространяться не только в направлении дрейфа протонов (на запад), но и в обратную сторону, в направлении дрейфа электронов (на восток).

Неустойчивость на дрейфово-компрессионных волнах может возникать из-за инверсности распределения электронов плазмы даже в отсутствие градиентов концентрации и температуры. При этом фазовая скорость волны должна совпадать с направлением дрейфа электронов в неоднородном магнитном поле и быть меньше скорости дрейфа электронов с энергией, соответствующей максимуму функции распределения

Возможно развитие неустойчивости плазмы, связанное с наличием градиентов температуры и концентрации электронов

Спасибо за внимание!

Аналитическое решение в приближении:

$$\boldsymbol{\omega/\Omega_{d_e} \ll 1} \qquad\qquad \boldsymbol{\Omega_{d_e}/\Omega_{d_p} \ll 1}$$

$$\frac{L_{b_p}}{\beta_p}\Lambda_N = \frac{3}{4}\left(\frac{\omega_{\varepsilon_p}^*}{\Omega_{d_p}} + \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}}\right) - \frac{1}{2}a\frac{\omega}{\Omega_{d_e}}\left(\frac{3}{2} + \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}}\right) - \frac{3}{2}\frac{\beta_e}{\beta_p}\left[\left(\frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}} + \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}}\right) - \frac{\omega}{\Omega_{d_e}}\left(\frac{\frac{3}{2} - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}}}{S + \frac{3}{2}}\right)\right]$$

$$\omega_N = \Omega_{d_p}\frac{\frac{L_{b_p}}{\beta_p}\Lambda_N - \frac{3}{4}\left(\frac{\omega_{\varepsilon_p}^*}{\Omega_{d_p}} + \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}}\right) + \frac{3}{2}\frac{\beta_e}{\beta_p}\left(\frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}} + \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}}\right)}{\frac{3}{4} - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}} - \frac{1}{2}\frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}}}$$

$$\gamma_N = -\Omega_{d_e}\frac{\pi\left(\frac{\omega_0}{\Omega_{d_e}}\right)^{S+5/2} e^{-\frac{\omega_0}{\Omega_{d_e}}}}{\Gamma(S+3/2)}\frac{\left[\left(\frac{\omega_0}{\Omega_{d_e}} - S\right)\left(1 - \frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}}\right) - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}} + \frac{3}{2}\frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}}\right]}{\frac{3}{4} - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}} - \frac{1}{2}\frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}}}$$

$$\Omega_d \sim \frac{3k_2\varepsilon_0}{\omega_c L^2}$$

# Аналитическое решение в приближении:

$$\boldsymbol{\omega/\Omega_{d_e} \ll 1} \qquad\qquad \boldsymbol{\Omega_{d_e}/\Omega_{d_p} \ll 1}$$

Условия существования:

$$\begin{cases} \dfrac{3}{4}-\dfrac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}}-\dfrac{1}{2}\dfrac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}}>0 \\ \dfrac{L_{b_p}}{\beta_p}\Lambda_N-\dfrac{3}{4}\left(\dfrac{\omega_{\varepsilon_p}^*}{\Omega_{d_p}}+\dfrac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}}\right)+\dfrac{3}{2}\dfrac{\beta_e}{\beta_p}\left(\dfrac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}}+\dfrac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}}\right)>0 \end{cases}$$

Условие неустойчивости:

$$\left(\frac{\omega_0}{\Omega_{d_e}}-S\right)\left(1-\frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}}\right)-\frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}}+\frac{3}{2}\frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}}<0$$

Условия существования:

$$\begin{cases} \dfrac{3}{4}-\dfrac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}}-\dfrac{1}{2}\dfrac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}}<0 \\ \dfrac{L_{b_p}}{\beta_p}\Lambda_N-\dfrac{3}{4}\left(\dfrac{\omega_{\varepsilon_p}^*}{\Omega_{d_p}}+\dfrac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}}\right)+\dfrac{3}{2}\dfrac{\beta_e}{\beta_p}\left(\dfrac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}}+\dfrac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}}\right)<0 \end{cases}$$

Условие неустойчивости:

$$\left(\frac{\omega_0}{\Omega_{d_e}}-S\right)\left(1-\frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}}\right)-\frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}}+\frac{3}{2}\frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}}>0$$

# Аналитическое решение в приближении:

$$\boldsymbol{\omega/\Omega_{d_e} \gg 1} \qquad\qquad \boldsymbol{\Omega_{d_e}/\Omega_{d_p} \ll 1}$$

$$\frac{L_{b_p}}{\beta_p}\Lambda_N = \frac{3}{4}\left(\frac{\omega^*_{\varepsilon_p}}{\Omega_{d_p}} + \frac{\omega^*_{n_p}}{\Omega_{d_p}}\right) - \frac{1}{2}a\frac{\omega}{\Omega_{d_e}}\left(\frac{3}{2} + \frac{\omega^*_{n_p}}{\Omega_{d_p}}\right) + \frac{3}{2}\frac{\beta_e}{\beta_p}\left[\frac{\omega}{\Omega_{d_e}}\left(1 - \frac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_e}}\right) - \left(\frac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_e}} + \frac{\omega^*_{n_e}}{\Omega_{d_e}}\right)\right]$$

$$\omega_N = \Omega_{d_p}\frac{\dfrac{L_{b_p}}{\beta_p}\Lambda_N - \dfrac{3}{4}\left(\dfrac{\omega^*_{\varepsilon_p}}{\Omega_{d_p}} + \dfrac{\omega^*_{n_p}}{\Omega_{d_p}}\right) + \dfrac{3}{2}\dfrac{\beta_e}{\beta_p}\left(\dfrac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_e}} + \dfrac{\omega^*_{n_e}}{\Omega_{d_e}}\right)}{S + \dfrac{3}{4} - \dfrac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_e}}\left(S + \dfrac{3}{2}\right) - \dfrac{1}{2}\dfrac{\omega^*_{n_p}}{\Omega_{d_p}}}$$

$$\gamma_N = -\Omega_{d_e}\frac{\pi\left(\dfrac{\omega_0}{\Omega_{d_e}}\right)^{S+5/2} e^{-\frac{\omega_0}{\Omega_{d_e}}}}{\Gamma(S+3/2)}\frac{\left[\left(\dfrac{\omega_0}{\Omega_{d_e}} - S\right)\left(1 - \dfrac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_e}}\right) - \dfrac{\omega^*_{n_e}}{\Omega_{d_e}} + \dfrac{3}{2}\dfrac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_e}}\right]}{S + \dfrac{3}{4} - \dfrac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_e}}\left(S + \dfrac{3}{2}\right) - \dfrac{1}{2}\dfrac{\omega^*_{n_p}}{\Omega_{d_p}}}$$

# Аналитическое решение в приближении:

$$\boldsymbol{\omega/\Omega_{d_e} \gg 1} \qquad \boldsymbol{\Omega_{d_e}/\Omega_{d_p} \ll 1}$$

Условия существования:

$$\begin{cases} S + \frac{3}{4} - \frac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_e}}\left(S + \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2}\frac{\omega^*_{n_p}}{\Omega_{d_p}} > 0 \\ \frac{L_{b_p}}{\beta_p}\Lambda_N - \frac{3}{4}\left(\frac{\omega^*_{\varepsilon_p}}{\Omega_{d_p}} + \frac{\omega^*_{n_p}}{\Omega_{d_p}}\right) + \frac{3}{2}\frac{\beta_e}{\beta_p}\left(\frac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_e}} + \frac{\omega^*_{n_e}}{\Omega_{d_e}}\right) > 0 \end{cases}$$

Условие неустойчивости:

$$\left(\frac{\omega_0}{\Omega_{d_e}} - S\right)\left(1 - \frac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_e}}\right) - \frac{\omega^*_{n_e}}{\Omega_{d_e}} + \frac{3}{2}\frac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_e}} < 0$$

Условия существования:

$$\begin{cases} S + \frac{3}{4} - \frac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_e}}\left(S + \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2}\frac{\omega^*_{n_p}}{\Omega_{d_p}} < 0 \\ \frac{L_{b_p}}{\beta_p}\Lambda_N - \frac{3}{4}\left(\frac{\omega^*_{\varepsilon_p}}{\Omega_{d_p}} + \frac{\omega^*_{n_p}}{\Omega_{d_p}}\right) + \frac{3}{2}\frac{\beta_e}{\beta_p}\left(\frac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_e}} + \frac{\omega^*_{n_e}}{\Omega_{d_e}}\right) < 0 \end{cases}$$

Условие неустойчивости:

$$\left(\frac{\omega_0}{\Omega_{d_e}} - S\right)\left(1 - \frac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_e}}\right) - \frac{\omega^*_{n_e}}{\Omega_{d_e}} + \frac{3}{2}\frac{\omega^*_{\varepsilon_e}}{\Omega_{d_e}} > 0.$$