

## ТОРОИДАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ БЕССИЛОВОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

А.С. Петухова, И.С. Петухов, С.И. Петухов

Институт космофизических исследований и аэронауки им. Ю.Г. Шафера СО РАН, Якутск, Россия  
petukhova@ikfia.ysn.ru

## TOROIDAL MODELS OF THE FORCE-FREE MAGNETIC FIELD

A.S. Petukhova, I.S. Petukhov, S.I. Petukhov

Yu.G. Shafer Institute of Cosmophysical Research and Aeronomy, SB RAS, Yakutsk, Russia

**Аннотация.** Приведены свойства четырех моделей тороидального бессилового магнитного поля. Результаты анализа могут быть использованы при интерпретации прямых измерений магнитного поля магнитных облаков и исследовании форбуш-понижения в магнитном облаке.

**Ключевые слова:** форбуш-понижение, магнитное облако, структура магнитного поля магнитного облака.

**Abstract.** The properties of four toroidal models of the magnetic flux rope are shown. The results of the analysis can be used to interpret in-situ observations of the magnetic flux rope and study Forbush decrease in magnetic clouds.

**Keywords:** Forbush decrease, magnetic cloud, magnetic flux rope.

### Введение

В настоящее время предполагают, что магнитные облака являются крупномасштабными магнитными петлями, которые выносятся из солнечной атмосферы в межпланетное пространство выбросами коронального вещества. При интерпретации результатов прямых измерений часто используют цилиндрическую модель магнитного поля — решение Лундквиста. Marubashi [1997] впервые применил тороидальную структуру поля при интерпретации измерений.

При исследовании форбуш-понижения в магнитном облаке также применяют цилиндрическую модель поля [Kuwabara et al., 2009]. Однако цилиндрическая модель имеет недостатки, поскольку пространственное распределение космических лучей, вследствие их высокой мобильности, зависит от структуры поля во всем объеме облака. Для таких задач более адекватной является тороидальная модель поля [Петухова и др., 2015, 2017].

В данной работе приведены и сопоставлены свойства 4-х тороидальных моделей бессилового поля, которые могут быть использованы в различных исследованиях.

### Модели бессилового поля

Обычно полагают, что магнитное поле в облаке является бессильным. С учетом уравнений Максвелла систему уравнений, определяющих бессильное магнитное поле, можно записать в виде

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \alpha \vec{B}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (1)$$

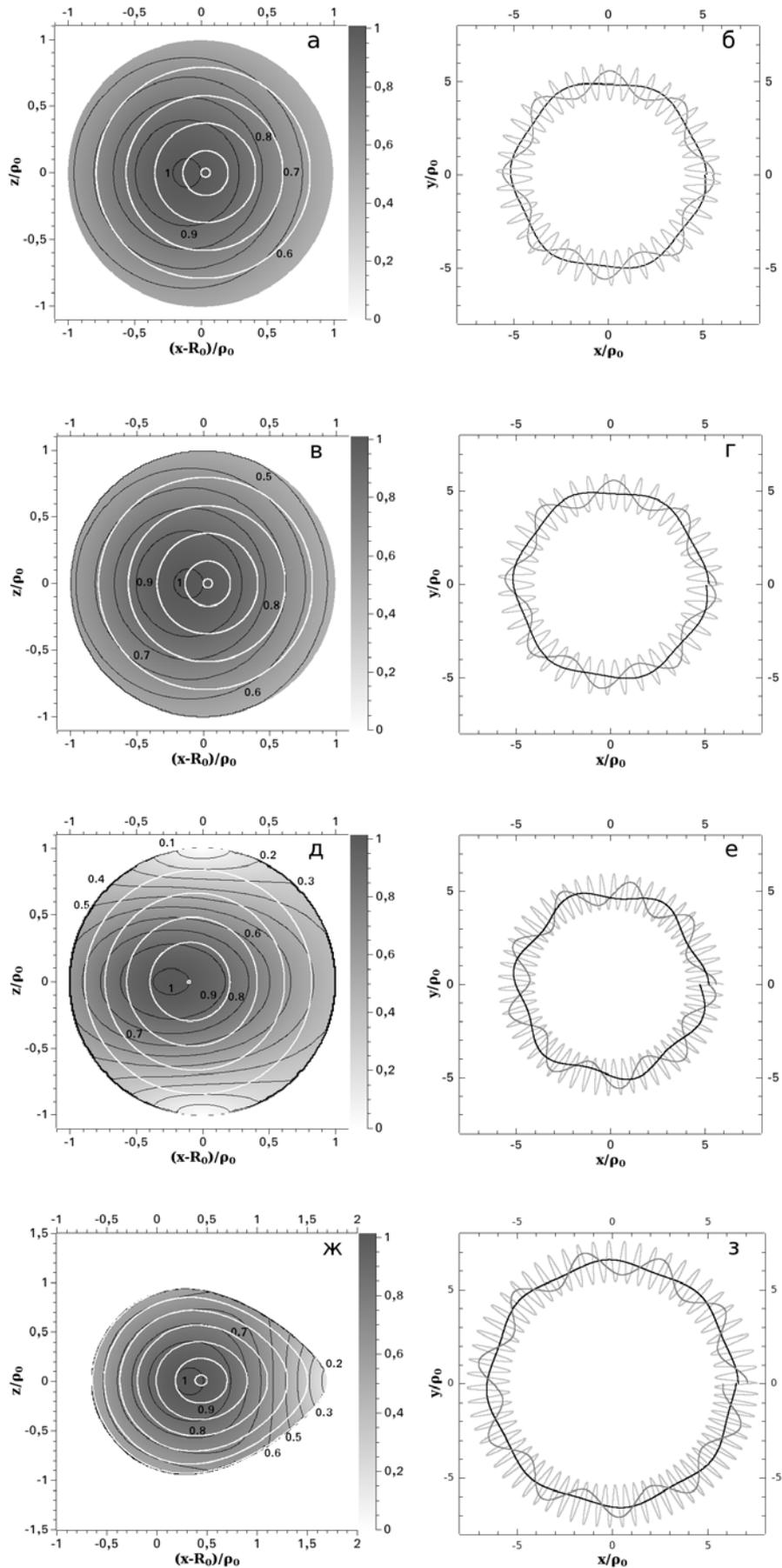
где  $\alpha$  — скаляр.

### Решение Миллера, Тернера

Миллер и Тернер рассчитали магнитное поле в торе [1981]. При учете симметрии вдоль оси тора ( $\partial / \partial \varphi = 0$ ) решение можно представить в виде

$$\begin{aligned} B_p &= s_1 s_2 \frac{B_0 \rho_0}{4.8 R_0} J_0 \sin \theta, \\ B_\theta &= -s_1 s_2 B_0 \left[ J_1 - \frac{\rho_0}{4.8 R_0} (J_0 + 2.4 \frac{\rho J_1}{\rho_0}) \cos \theta \right], \\ B_\varphi &= -s_1 B_0 \left( 1 - \frac{\rho \cos \theta}{2 R_0} \right) J_0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $J_0, J_1$  — функции Бесселя нулевого и первого порядков;  $B_0$  — напряженность поля на оси тора;  $\rho_0, R_0$  — радиусы поперечного сечения и оси тора;  $s_1 = \pm 1, s_2 = \pm 1$ . Решение (2) учитывает краевые условия  $B_p(\rho_0) = 0, B_\varphi(\rho_0) = 0$ , что достигается выбором аргумента функций Бесселя в виде  $2.4\rho/\rho_0$  — первый корень функции Бесселя нулевого порядка. Решение (2) является приближенным, предполагается  $\rho_0/R_0 \ll 1$ . На рисунке а) приведены распределения относительной величины напряженности поля в плоскости поперечного сечения тора и проекции силовых линий поля, расположенных на поверхности тороидов с разными радиусами, на эту плоскость. На рисунке б) изображена проекция силовых линий поля на плоскость XOY, расположенных на поверхности разных тороидов. Здесь в качестве тороидов обозначены тороидальные поверхности с радиусами  $\rho_T < \rho_0$ , вложенные вовнутрь тора. Как видно из рисунка, силовые линии поля лежат на поверхности каждого тороида. При этом силовые линии представляют винтовые кривые с шагом, зависящим от радиуса поперечного сечения тороида: чем меньше радиус, тем больше шаг. Отмеченные свойства являются характерными свойствами бессилового магнитного поля. В англоязычной литературе эти свойства обозначают как Magnetic flux rope (MFR).



Распределение относительной напряженности поля в плоскости поперечного сечения (изолинии — черные кривые, отмеченные цифрами) и проекции силовых линий поля на эту плоскость (светлые кривые), расположенные на поверхности тороидов (а, в, д, ж). Светлый кружок — ось поля. Проекции силовых линий поля на плоскость X0Y, расположенных на поверхности тороидов (б, г, е, з). Величина относительного радиуса оси тора  $R_0/\rho_0=5$  (а-е) и  $R_0/\rho_0=6$  (ж-з)

**Модифицированное решение Миллера, Тернера**

Ромашец, Вандас [1993] модифицировали решение Миллера, Тернера. Используя решение (2) получаем компоненты модифицированного поля

$$B_\rho^{(m)} = \frac{B_0 J_0 \sin \theta (R_0 - 2\rho \cos \theta)}{2\alpha R_0 (R_0 + \rho \cos \theta)},$$

$$B_\varphi^{(m)} = B_0 J_0 (1 - \rho \cos \theta / 2R_0),$$

$$B_\theta^{(m)} = \frac{B_0}{2\alpha R_0 (R_0 + \rho \cos \theta)} \times$$

$$\times [2\alpha R_0^2 J_1 - R_0 \cos \theta (J_0 - \alpha \rho J_1) + \rho (2J_0 - \alpha \rho J_1) \cos^2 \theta]. \quad (3)$$

Модифицированное решение также является приближенным ( $\rho_0/R_0 \ll 1$ ) и точно удовлетворяет условию соленоидальности.

На рисунках *в, з*) приведено то же самое в модифицированном решении Миллера, Тернера, что на рисунках *а, б*).

**Решение Ромашец, Вандаса**

При расчете магнитного поля в торе использована тороидальная система координат [2003].

Решение задачи можно представить в виде

$$B_\mu = 0, \quad B_\eta = -B_0 \frac{\varepsilon \cosh \mu (\cosh \mu - \cos \eta)}{2 \sinh^3 \mu} F_1,$$

$$B_\varphi = B_0 \frac{\cosh \mu - \cos \eta}{\sinh \mu} F_0, \quad (4)$$

где  $F_0 = F(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0, \xi)$ ,  $F_1 = F(1 + \alpha_0, 1 + \beta_0, 1 + \gamma_0, \xi)$ ,  $\alpha_0 = (1 + \sqrt{1 - 4\varepsilon^2}) / 4$ ,  $\beta_0 = (1 - \sqrt{1 - 4\varepsilon^2}) / 4$ ,  $\gamma_0 = 1$ ,  $\xi = -\sinh^2 \mu$ ,  $F_0, F_1$  — гипергеометрические функции.

Решение (4) представляет магнитное поле, имеющее две компоненты, силовые линии которого расположены на поверхности тороидов. Гипергеометрическая функция на поверхности выбранного тора используется для определения величины  $\varepsilon F(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0, -\sinh^2 \mu_0) = 0$ . Как видно из (4), в этом случае  $B_\varphi$  на поверхности тора обратится в нуль. Это условие аналогично использованию первого корня функции Бесселя нулевого порядка в решении Лундквиста.

На рисунках *д, е*) приведено то же самое, что на рисунках *а, б*). Как видно, область максимальной величины напряженности поля смещена к центру тора. При этом величина меняется в десять раз.

**Интегральная модель**

Ромашец, Вандас сконструировали тороидальное поле, используя решение Лундквиста [2009].

Вводится образующий тор с  $\rho_0$  — радиусом поперечного сечения и  $R_0$  — радиусом оси тора. Ось тора расположена в плоскости  $XOY$  лабораторной декартовой системы координат и центр тора совпадает с центром системы. Вводятся вспомогательные цилиндры с радиусом поперечного сечения  $\rho_0$ , оси

которых лежат в плоскости  $XOY$  и являются касательными к окружности радиуса  $R_0$  — оси тора. Магнитное поле в цилиндре и за его пределами является решением Лундквиста.

Поле образуется суммой полей вспомогательных цилиндров с угловым размером  $d\varphi$ :

$$B_x = -B_0 \int_0^{2\pi} (J_1 z \cos \varphi / \rho - J_0 \sin \varphi) d\varphi,$$

$$B_y = -B_0 \int_0^{2\pi} (J_1 z \sin \varphi / \rho - J_0 \cos \varphi) d\varphi,$$

$$B_z = B_0 \int_0^{2\pi} (J_1 (x \cos \varphi - y \sin \varphi - R_0) / \rho) d\varphi,$$

где  $\rho = \sqrt{z^2 + (x \cos \varphi - y \sin \varphi - R_0)^2}$

Свойства магнитного поля изображены на рис. *ж, з*).

**Заключение**

Решение Миллера, Тернера и модифицированное решение Миллера, Тернера отличаются незначительно. Вследствие приближенности решений величина напряженности поля меняется не более, чем в два раза. Магнитное поле в решении Ромашец, Вандаса существенно асимметричное. Величина напряженности поля меняется в десять раз. При уменьшении радиуса оси тора асимметрия и неоднородность поля возрастают. Величина напряженности поля в интегральном решении меняется в пять раз и не для всех значений радиуса оси тора можно получить MFR.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 15-42-05085-р\_восток\_а.

**Список литературы**

Петухова А.С., Петухов И.С., Петухов С.И. Форбуш-понижение космических лучей в тороидальной модели магнитного облака // Письма в ЖЭТФ. 2015. Т. 102, № 11. С. 807.

Петухова А.С., Петухов И.С., Петухов С.И., Григорьев В.Г. Форбуш-понижение космических лучей в тороидальной модели магнитного облака // Изв. РАН. Сер. Физ. 2017. Т. 81, № 4. С. 571.

Romashets E.P., Vandas M. Force-free field inside a toroidal magnetic cloud // Geophys. Res. Lett. 2003. V. 30. P. 2065–2069.

Romashets E.P., Vandas M. Linear force-free field of a toroidal symmetry // Astron. Astrophys. 2009. V. 499. P. 17–20.

Kuwabara T., Bieber J.W., Evenson, et al. Determination of interplanetary coronal mass ejection geometry and orientation from ground-based observations of galactic cosmic rays // J. Geophys. Res. 2009. V. 114(A8), P. A05109.

Marubashi K. Interplanetary magnetic flux ropes and solar filaments in coronal mass ejections // Geophys. Monograph. Ser. 1997. V. 99. P. 147–156.