УДК 537.86

ИНТЕГРАЦИЯ МЕТОДА БИХАРАКТЕРИСТИК И FDTD-МЕТОДА ПРИ ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Я.М. Черняк, Д.С. Лукин

INTEGRATION OF METHOD OF BI-CHARACTERISTICS AND FDTD-METHOD FOR NUMERICAL MODELING ELECTROMAGNETIC WAVE PROPAGATION

I.M. Chernyak, D.S. Lukin

При численном расчете распространения электромагнитных волн методом бихарактеристик в неоднородной среде встречается проблема расчета распределения поля в фокусировках. Одним из способов решения этой задачи является использование метода канонического оператора Маслова. Предложен альтернативный способ расчета поля на каустиках с помощью метода конечных разностей во временной области (FDTD-метод). Рассмотрены преимущества и недостатки метода, его возможности, а так же показаны границы его применимости.

There is a problem of the field distribution calculation on caustics for the numerical calculation of electromagnetic wave propagation in inhomogeneous media with the method of bi-characteristics. One way to solve this problem is to use the Maslov canonical operator. There is an alternative method for field calculation on caustics that uses finite difference time domain method (FDTD-method). The advantages and disadvantages of this method, its capabilities, as well as the limits of its applicability are shown.

Наиболее универсальным способом для расчета поля в сложных фокусировках является численное решение уравнений Максвелла методом конечных разностей во временной области (или Finite-difference time-domain, FDTD). Из предварительно рассчитанной лучевой структуры можно выделить интересующий нас фрагмент, найти характеристики падающего поля и построить эквивалентный источник для метода FDTD на рассматриваемом фрагменте.

Лучевая структура, а так же все необходимые исходные параметры для FDTD могут быть найдены с помощью метода бихарактеристик [Казанцев, 1967; Лукин, 1969; Крюковский, 2009; Крюковский, 2012]:

$$\frac{d\vec{r}}{dt}=\left(\frac{c^2}{\omega}\vec{k}-\frac{\omega}{2}\frac{\partial\varepsilon}{d\vec{k}}\right)\left(\varepsilon+\frac{\omega}{2}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega}\right)^{-1}$$

$$\frac{d\vec{k}}{dt}=\frac{\omega}{2}\frac{\partial\varepsilon}{d\vec{r}}\left[\varepsilon+\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega}\right]^{-1} \quad (1)$$

Начальные условия системы дифференциальных уравнений (1) задают положение и исходное направление луча. Амплитуда поля может быть найдена путем расчета поглощения и Якобиана расходимости. Получив лучевую структуру и найдя точки пересечения с интересующей нас областью, получим фазы и амплитуды поля на каждом луче.

Мы будем рассматривать распространение электромагнитных волн в неоднородной среде без учета магнитного поля, но с учетом столкновительного поглощения. В этом случае для диэлектрической проницаемости имеет место формула:

$$\varepsilon(\omega)=1+\frac{\omega_p^2}{\omega(jv_c-\omega)} \quad (2)$$

Для численного решения уравнений Максвелла в плазме, рассмотрим их в следующем виде:

$$\frac{\partial H}{\partial t}=-\nabla E \quad (3)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t}=-\nabla H-\frac{\partial P}{\partial t} \quad (4)$$

$$\frac{\partial P_t}{\partial t}=-v_c P_t+\omega_p^2 E \quad (5)$$

Тогда для двухмерного случая FDTD метод расчета примет вид [Limei, 2009]:

$$H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},\ j+\frac{1}{2}\right)=H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},\ j+\frac{1}{2}\right)+$$
$$+\frac{dt}{dy}\left[E_x^n\left(i+\frac{1}{2},\ j+1\right)-E_x^n\left(i+\frac{1}{2},\ j\right)\right]$$
$$-\frac{dt}{dx}\left[E_y^n\left(i+1,\ j+1\right)-E_y^n\left(i+1,\ j\right)\right]$$

$$E_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},\ j\right)=E_x^n\left(i+\frac{1}{2},\ j\right)+$$
$$+\frac{dt}{dy}\left[H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},\ j+\frac{1}{2}\right)-H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},\ j-\frac{1}{2}\right)\right]$$
$$-dtP_{tx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},\ j\right)$$

$$P_{tx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},\ j\right)=\frac{1-v_c t/2}{1+v_c t/2}P_{tx}^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},\ j\right)+$$
$$+\frac{\omega_p^2 t}{1+v_c t/2}E_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},\ j\right)$$

$$E_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i,\ j+\frac{1}{2}\right)=E_y^n\left(i,\ j+\frac{1}{2}\right)-$$
$$-\frac{dt}{dx}\left[H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2},\ j+\frac{1}{2}\right)-H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2},\ j+\frac{1}{2}\right)\right]$$
$$-dtP_{ty}^{n+\frac{1}{2}}\left(i,\ j+\frac{1}{2}\right)$$

$$P_{ty}^{n+\frac{1}{2}}\left(i,\ j+\frac{1}{2}\right)=\frac{1-v_c t/2}{1+v_c t/2}P_{ty}^{n-\frac{1}{2}}\left(i,\ j+\frac{1}{2}\right)+$$
$$+\frac{\omega_p^2 t}{1+v_c t/2}E_y^n\left(i,\ j+\frac{1}{2}\right)$$

С помощью метода FDTD можно найти распределение поля в выделенном фрагменте лучевой структуры, построенной методом бихарактеристик. Для этого мы должны найти амплитуду и фазу каждого луча, который входит в интересующий нас фрагмент, задать начальные условия для системы (3)–(5), и рассчитать результирующее поле. Таким образом, зная частоту исходных волн, мы можем полностью определить и задать источник волн в интересующей нас области. В качестве граничных условий естественно использовать поглощающие стенки. Формулы для задания таких граничных условий можно посмотреть в [Toroglu, 2014]. Отражающую поверхность Земли можно задать идеальным проводником. Такой метод налагает определенные ограничения. Не смотря на то, что в самой расчетной области могут быть сколь угодно сложные каустики, граница, где задан источник, должна быть далека от фокусировок настолько, чтобы приближение геометрической оптики оставалось верным для оценки амплитуды входящий во фрагмент лучей.

На рис. 1–4 показано несколько примеров расчета каустик.

Рассмотрим основные достоинства интеграции этих двух методов. Во-первых, стоит отметить, что способ расчета един для каустик любой сложности, так как для построения поля в интересующей нас области используется непосредственное решение уравнений Максвелла. Вторым преимуществом является возможность автоматизации расчета и простота интеграции с методом бихарактеристик. Задача автоматического нахождения области с каустикой и расчета параметров лучей, которые входят в нее, является исключительно алгоритмической задачей и не представляет большой трудности в реализации.

Основным недостатком этого метода является быстрое нарастание времени расчета с увеличением размера рассматриваемой области для метода FDTD. Метод так же плохо применим для тех случаев, когда размер каустики велик по сравнению с длиной волны, а интересующая нас область располагается далеко от места ее образования. В этом случае размер области должен быть увеличен таким образом, чтобы охватить как интересуемый фрагмент, так и всю фокусировку до нее.

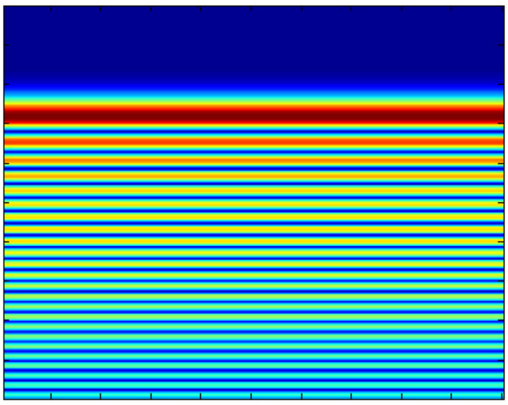

Рис 1. Распределение поля от вертикально падающей плоской волны в линейном слое. Функция отлична от функции Эйри вследствие вторичного отражения волны от источника.

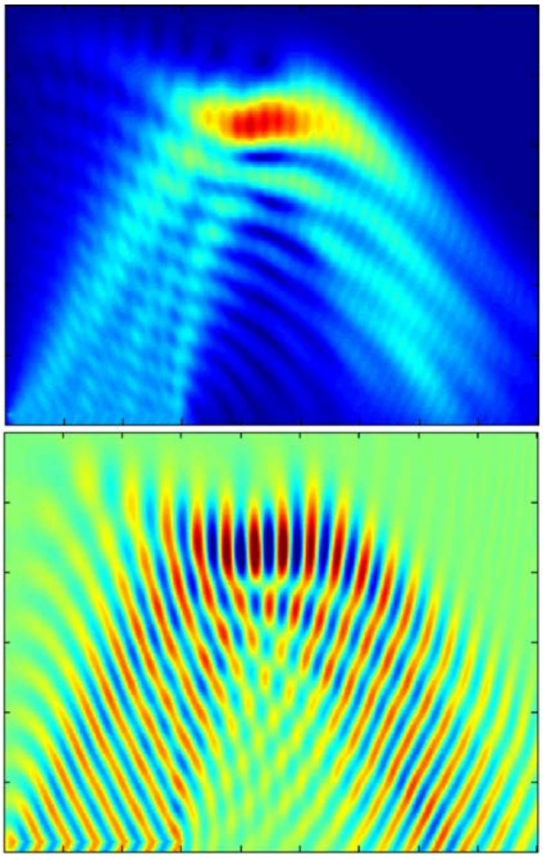

Рис 2. Наклонная падающая плоская волна попадает в вертикальный линейный слой. Вверху – распределение плотности энергии поля, внизу – мгновенное распределение поля. Среда без стокновительного поглощения.

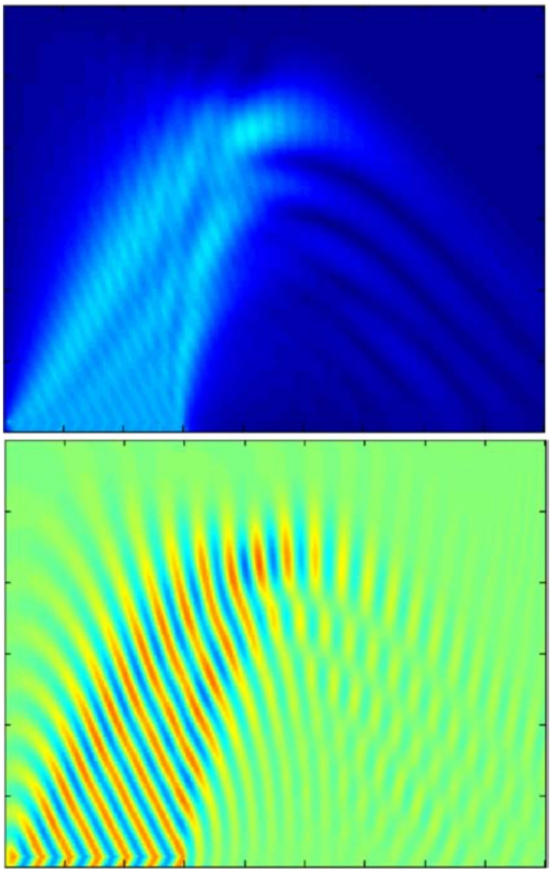

Рис 3. То же, что на рис. 2, но с поглощением.

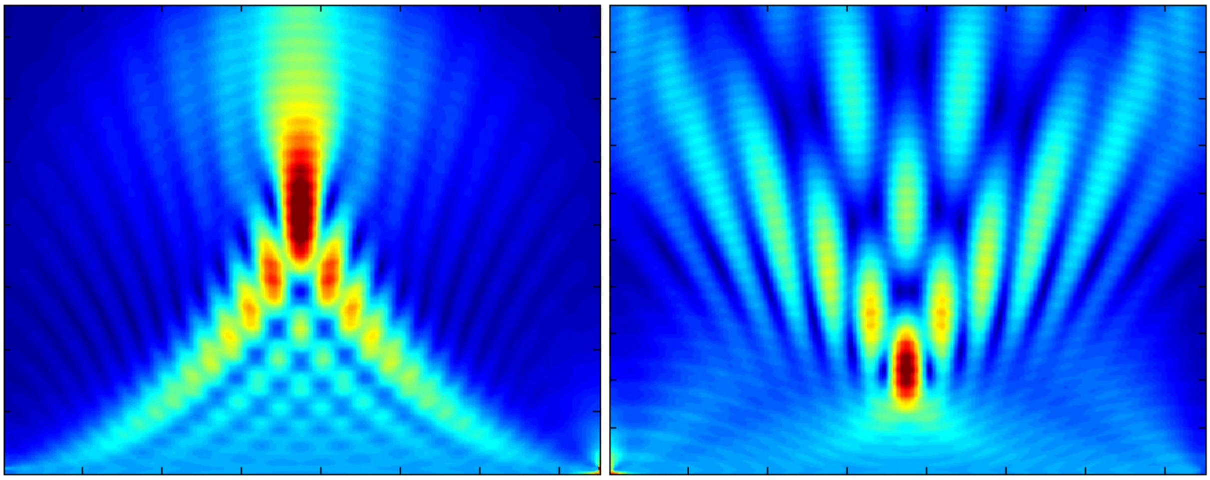

Рис 4. Примеры каустик, рассчитанных с помощью метода FDTD-фокусировок.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты №№ 12-02-0013а и 13-02-12121 офи_м).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Казанцев А.Н., Лукин Д.С. Исследование ионосферного распространения радиоволн // Радиотехника и электроника. 1967. Т. 12, № 2. С. 1891–1910.

Крюковский А.С., Лукин Д.С., Кирьянова К.С. Метод расширенной бихарактеристической системы при моделировании распространения радиоволн в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника, М.: Наука. 2012. Т. 57, № 9. С. 1028–1034.

Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Математическое моделирование распространения радиоволн в анизотропной неоднородной ионосфере // Вестник Российского нового университета. Серия «Управление, вычислительная техника и информатика» / М.: РосНОУ, 2009. Вып. 2. С. 7–14.

Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Применение метода характеристик для численного решения задач распространения радиоволн в неоднородной и нелинейной среде // Радиотехника и электроника. 1969. Т. 14, № 9. С. 1673–1677.

Limei Qi, Ziqiang Yang, Xi Gao, Feng Lan, Zongjun Shi. Transmission Characteristics of Electromagnetic Waves in Plasma Photonic Crystal by a Novel FDTD Method // PIERS Proceedings, March 23–27. 2009.

Toroglu G., Sevgi L. FDTD MatLab Codes for the First and Second order Electromagnetic Models // IEEE Antennas and Propagation Magazine. April 2014. V. 56, N 2. P. 221–239.

Московский физико-технический институт (государственный университет), Долгопрудный, Россия