

РЕГРЕССИОННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР ПО ДАННЫМ ИРКУТСКОГО РАДАРА НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЙНИЯ

^{1,2}В.П. Ташлыков, ¹Р.В. Васильев, ¹А.В. Медведев, ¹А.А. Щербаков

REGRESSION METHOD FOR DETERMINING TEMPERATURES FROM IRKUTSK ISR DATA

^{1,2}V.P. Tashlykov, ¹R.V. Vasilyev, ¹A.V. Medvedev, ¹A.A. Shcherbakov

Задача корректного определения электронных и ионных температур по данным Иркутского радара некогерентного рассеяния (ИРНР) остается актуальной на протяжении двух десятилетий работы радара. Многообразие физических процессов, происходящих в ионосфере и искажающих сигнал некогерентного рассеяния, обуславливают сложность этой задачи. Алгоритмы обработки сигналов ИРНР подразумевают оценку их автокорреляционных функций (АКФ), которые имеют простой критерий выбора характерных точек АКФ без потери разрешения (по сравнению со спектральными данными). Согласно теореме Винера-Хинчина, АКФ связана со спектром мощности сигнала через преобразование Фурье. В первом приближении спектр сигнала ИРНР можно представить в виде свертки спектра зондирующего сигнала и спектра рассеяния излучения на плазме, для которого существуют аналитические выражения. Таким образом, можно составить однозначное соответствие пар значений температур и пар значений характерных точек (времени первого нуля и первого минимума). Для определения температур по полученным табличным значениям построена нелинейная регрессия, максимальная теоретическая ошибка которой не превышает 7 %. В работе приводится сравнение температур, полученных с помощью регрессии, с данными ИРНР, радара Милстон Хилл и модели IRI-2012.

A problem of correct determination of electron and ion temperatures according to the Irkutsk ISR data has been vital during two decades of the radar operation. Variety of physics, taking place in the ionosphere and distorting the ISR signal, makes the problem rather hard. Signal process algorithm for the ISR data demands the estimation of autocorrelation functions (ACFs) which have a simple selection criterion for its characteristic points with better resolution than for that of spectral data. According to the Weiner-Khinchin theorem, ACF of the signal relates to its spectrum by the Fourier transformation. As a first approximation, the ISR spectrum may be presented as the convolution of the probing signal spectrum and the spectrum of plasma scattering that has analytical relations. Hence, the unique correspondence between the pairs of temperatures and the ACF characteristic points (the first null and the first minimum time) was made. To estimate temperatures, nonlinear regression was carried out using the table values. Maximum regression error was ~7 %. We compared the temperatures obtained by the regression and data of Irkutsk ISR, Millstone Hill Radar and the IRI-2012 model.

Введение

За последние десятилетия широкий класс обратных задач радиофизики был значительно пополнен рядом задач, возникающих при исследовании ионосферы методом некогерентного рассеяния (НР). Данный метод основан на анализе зондирующего сигнала, рассеянного на ионосферной плазме во всем диапазоне высот ионосферы. Поэтому зондирующий сигнал должен быть достаточно мощным и иметь частоту, необходимую для преодоления радиоволнами главного ионосферного максимума.

«Рассеянный сигнал» означает, что сигнал, принимаемый антенной, не повторяет форму зондирующего импульса, а «рассеивается» по всей временной развертке, и таким образом содержит информацию об ионосферных неоднородностях на всех высотах ионосферы. Априори, частицы, рассеивающие сигнал, имеют характерные распределения по скоростям и направлениям (распределение Максвелла и равномерное распределение, соответственно). Поэтому важно учитывать вклад эффекта Доплера и фазы отраженного импульса от каждого рассеивателя. Этим и обуславливается некогерентность такого процесса.

Метод некогерентного рассеяния позволяет получать достаточно полную информацию об ионосфере, например: температуры ионов и электронов, их высотный ход, распределение по массам, среднюю скорость дрейфа частиц различных сортов и многое другое. Одним из примечательных инструментов, реализующих метод НР на практике, является Иркутский радар некогерентного рассеяния (ИРНР). Прежде всего, ИРНР отличается конструк-

цией антенны, апертура которой сформирована секториальным рупором и имеет размеры 250×12 м. Такие размеры апертуры определяют высокую чувствительность антенны на прием, что очень важно, т. к. прием сигнала ведется в условиях очень низкого отношения сигнал-шум (меньше 1). Другая особенность состоит в том, что радар излучает и принимает волны строго с линейной поляризацией. Поэтому важно при обработке сигнала учитывать эффект Фарадея, который заключается в том, что под действием магнитного поля коэффициенты преломления лево- и правополяризованной волн различны, и именно из-за их разности плоскость поляризации испытывает вращение. Этот эффект отражается в виде фарадеевских замираний в мощности принимаемого сигнала. Как показано в работе [Шпынев, 2000], благодаря таким замираниям теоретически можно восстановить высотный профиль электронной концентрации.

Наряду с концентрацией, наиболее важными параметрами ионосферы являются ионные и электронные температуры. Методу их определения и посвящена данная работа.

Постановка задачи

Используемые алгоритмы обработки данных ИРНР позволяют восстанавливать высотные профили ионных и электронных температур. Однако значения температур систематически завышены (в большей степени – ионных) и имеют более сильную дисперсию. На рис. 1 приведено сравнение усредненных по трем дням (10, 11 и 12 января 2013 г.) электронных

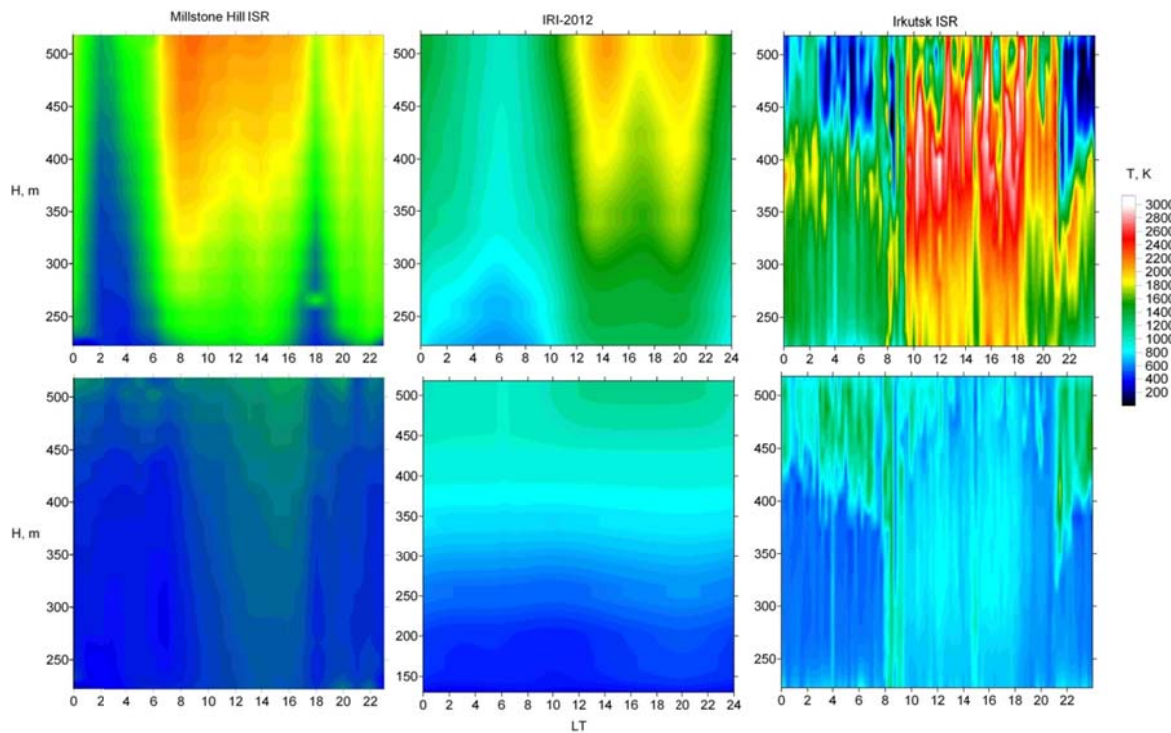


Рис. 1. Сравнение температур T_e (сверху) и T_i (снизу), полученных по данным радара Милстоун Хилл (слева), IRI-2012 (в центре) и ИРНР (справа) и усредненных за три дня с 8 по 10 января 2014 г.

(сверху) и ионных (снизу) температур, полученных по данным радара некогерентного рассеяния Милстоун Хилл (слева), модели IRI-2012 (в центре) и ИРНР (справа). Как видно, формы высотновременных профилей ионных и электронных температур схожи. Это объясняется тем, что в используемом алгоритме определения температур заложена их прямая зависимость, что не совсем справедливо, т. к. ионы намного инертнее электронов, а динамика их изменения должна быть значительно медленнее.

Мы считаем, что систематическая ошибка кроется в используемом методе обработки сигнала ИР. Поэтому была поставлена задача разработать метод определения температур на основе обратной задачи и исследовать возможные факторы, влияющие на ее решение. В качестве таких факторов могут выступать скорость плазмы, фарадеевские замирания, профиль электронной концентрации, форма и длительность зондирующего импульса, шум и пр.

Главную задачу данной работы можно разбить на следующие подзадачи:

1. Численно решить обратную задачу определения температур по параметрам АКФ сигнала ИР с учетом влияния длительности зондирующего импульса;
2. для быстрой численной оценки температур построить по найденным значениям регрессию с заданной точностью;
3. поставив прямую задачу, промоделировать процесс формирования сигнала ИР и его обработку с помощью найденной регрессии;
4. исследовать потенциальную возможность регрессионного подхода к определению температур в условиях низкого отношения сигнал-шум;
5. исследовать степень влияния различных спектральных характеристик на ионные и электронные температуры.

Решение обратной задачи

Обратная задача определения температур по спектральным данным ИРНР является некорректной (неустойчивой) не только вследствие наличия значительных шумов в реальных данных, но также исходя из особенностей среды, в которой распространяется и рассеивается сигнал. Такие особенности характеризуются спектром рассеяния излучения на плазме, аналитические выражения для которого приведены в работе [Шеффилд, 1978] и подробно исследованы в работе [Ташлыков и др., 2013]. Данную задачу можно регуляризовать, выбрав набор чувствительных критериев, по которым будут определяться значения температур. Дальнейшая регуляризация решения проводится путем априорных ограничений.

Следует отметить, что параметры непосредственно спектральных данных не являются достаточно чувствительными для решения нашей задачи, т. к. необходимо соблюдать баланс между спектральным и пространственным разрешениями. С одной стороны, использование быстрого преобразования Фурье (БПФ) накладывает существенные ограничения на спектральное разрешение сигнала. Чем длиннее окно БПФ, тем лучшее спектральное разрешение. С другой стороны, длительное окно во временном разрешении несет информацию, усредненную по определенному диапазону высот, и следовательно, ухудшает разрешение для высотного профиля исследуемых параметров. Поэтому выгоднее работать с автокорреляционными функциями, которые, как известно, однозначно связаны со спектрами мощности соответствующих сигналов посредством преобразования Фурье. Кроме того, работа с АКФ имеет ряд других существенных преимуществ [Медведев, 2014]. Во-первых, в отличие от спектра мощности, который всегда имеет только

действительные значения, АКФ в случае ненулевого доплеровского смещения принимает комплексные значения, позволяя учитывать скорость плазмы и аналитически нивелировать перекося в спектре НР. Во-вторых, используя кросскорреляцию различных интервалов временной развертки, можно получать более полную информацию о высотном ходе некоторых параметров ионосферы. Такой подход аналогичен АКФ, но не имеет простой математической интерпретации в частотной области.

Данный факт можно проверить следующими соображениями. Сигнал, некогерентно рассеянный на тонком слое для N рассеивателей, можно представить в виде:

$$S(t) = \sum_{n=0}^N S_n \exp(i(\omega_n t + \varphi_n)), \quad (1)$$

где n – номер рассеятеля, S_n – амплитуда спектра НР, определяющая доплеровский сдвиг для n -го рассеятеля, φ_n – случайная фаза, с которой сигнал отражается от рассеивателя.

Автокорреляционная функция сигнала:

$$\begin{aligned} B(\tau) &= \sum_{t=0}^T \left[\sum_{n=0}^N S_n \exp(i(\omega_n t + \varphi_n)) \right] \times \\ &\times \sum_{n=0}^N S_n \exp(-i(t - \tau + \varphi_n)) \Big] = \\ &= \sum_{t=0}^T \left[\sum_{n=0}^N S_n S_k \exp(it(\omega_n - \omega_k)) \right] \times \\ &\times \exp \left[\sum_{k=0}^N (i(\varphi_n - \varphi_k)) \exp(i\omega_k \tau) \right] \end{aligned}$$

Некогерентность процесса подразумевает, что обработка автокорреляционных функций производится только после усреднения по некоторому ансамблю реализаций. От реализации к реализации меняется только разность фаз $\varphi_n - \varphi_k$, поэтому в результате усреднения АКФ по реализациям:

$$\begin{aligned} \langle B(\tau) \rangle &= \sum_{t=0}^T \left[\sum_{n=0}^N \sum_{k=0}^N S_n S_k \exp(it(\omega_n - \omega_k)) \right] \times \\ &\times \langle \exp(i(\varphi_n - \varphi_k)) \rangle \exp(i\omega_k \tau) \Big] \end{aligned}$$

На рис. 2 приведены распределения разности фаз (слева) и их косинуса (справа) для равномерного распределения вероятности случайной величины φ .

С накоплением среднее значение косинуса разности фаз стремится к нулю, также как и синус – вследствие его нечетности. Следовательно, при суммировании по реализациям значение $\exp(i(\varphi_n - \varphi_k))$ стремится к нулю для всех значений k , кроме $k=n$. Тогда усредненное значение АКФ принимает вид:

$$\langle B(\tau) \rangle = \sum_{t=0}^T \left[\sum_{n=0}^N S_n^2 \exp(i\omega_n \tau) \right]. \quad (2)$$

Выражение (2) есть дискретное обратное преобразование Фурье для прямоугольного окна, а переход от выражения (1) к выражению (2) доказывает справедливость теоремы Винера-Хинчина на случай некогерентного рассеяния.

Также необходимо учитывать тот факт, что результирующий спектр сигнала НР представляет со-

бой свертку спектра среды со спектром радиоимпульса. Процедуру обращения такой свертки в простейшем случае можно представить делением экспериментальной АКФ на треугольник (АКФ прямоугольного импульса). Несмотря на некорректность операции деления в области нулевых значений делителя, этот подход работает достаточно эффективно в области первого нуля и первого минимума реальной части АКФ. Сравнение автокорреляционной функции, полученной в результате деления моделируемой АКФ на треугольник, и теоретической АКФ представлено на рис. 3.

Ввиду аналитической сложности обратной задачи определения электронных и ионных температур ионосферной плазмы по ее спектральным характеристикам предлагается ее численное решение. Для построения однозначного соответствия значений температур необходимо выбрать две характерные точки АКФ, например, время первого нуля и время первого минимума. Автокорреляционные функции можно получить обратным преобразованием Фурье от аналитического спектра НР, полученным в [1], для всего диапазона температур. В результате построена таблица, где каждой паре значений температур однозначно сопоставлена пара значений характерных точек АКФ. Например, для $T_e=2000$ К и $T_i=1000$ К, время первого нуля АКФ равно 215 мкс, а время первого минимума – 334 мкс. На рис. 4 показана динамика изменения первого нуля и первого минимума реальной части АКФ в зависимости от накопления. Накопление проводилось по данным модели, описанной в работе [Ташлыков и др., 2013].

Из рисунка видно, что минимальное количество реализаций, необходимых для стабилизации интересующих нас параметров АКФ может сильно варьироваться в зависимости от конкретного статистического набора (определяемого ядром генератора случайных чисел) и длительности зондирующего импульса. Выбор оптимальной длины импульса является предметом будущих исследований.

Так как предложенный подход требует значительных вычислительных ресурсов, реализация численного решения обратной задачи проводится с помощью вычислительного кластера «Академик В. М. Матросов». Структура параллельного алгоритма проста: внутри цикла (с температурой электронов в качестве итератора) каждый рабочий процессор строит АКФ для определенного значения температуры ионов, определяет ее параметры, и затем отправляет их управляющему процессору, который составляет итоговую таблицу.

Процедура поиска пар соответствия заключается в построении сетки на основе таблицы, в которой каждой координате сопоставлена уникальная пара температур. После чего находится ближайший к экспериментальной точке узел сетки, который и определяет искомые температуры. Биективность данного соответствия можно доказать с помощью качественных соображений, исходя из рис. 5. Как видно, функция $\bar{T}(T_e, T_i) = f(\tau_0, \tau_{\min})$ монотонна, поэтому ошибка определения температур не будет превышать значения шага температур в таблице, что составляет 3 К для T_e и 4 К для T_i .

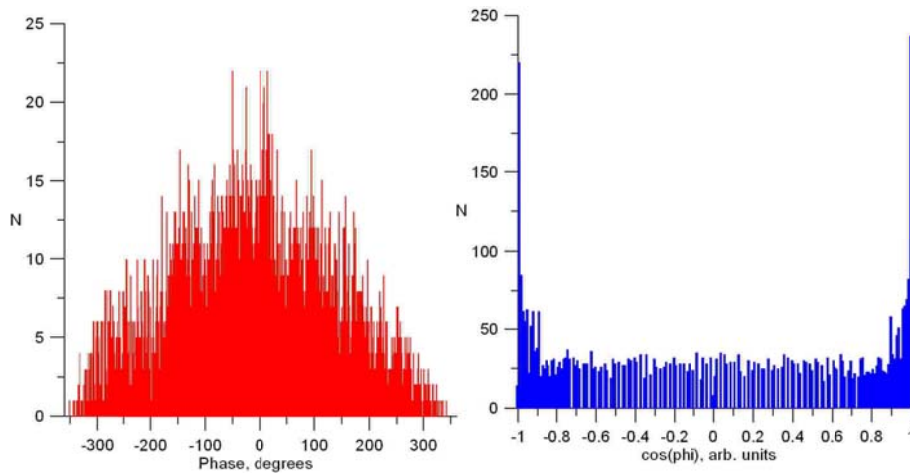


Рис. 2. Гистограммы разности фаз (слева) и их косинусов (справа) для равномерного распределения вероятности случайной величины ϕ .

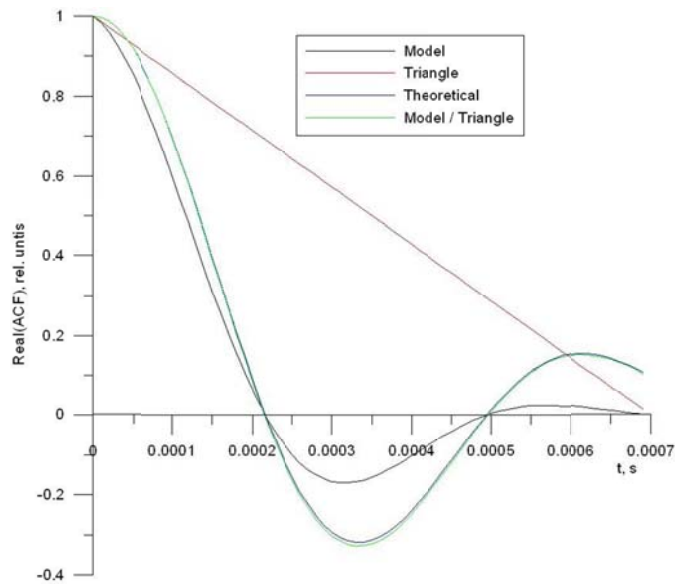


Рис. 3. Вид действительной части аналитической АКФ и результат ее деления на треугольник.

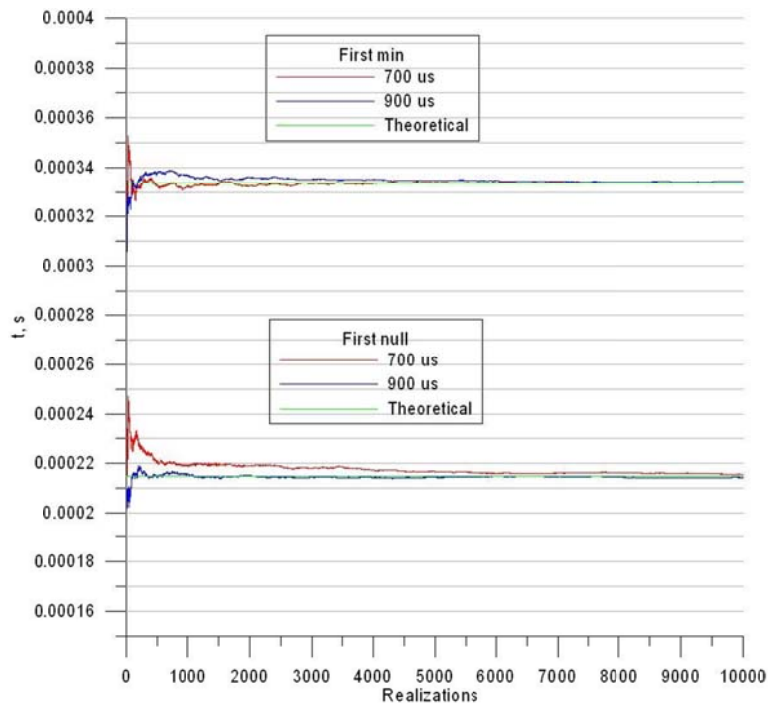


Рис. 4. Зависимость времени первого нуля и первого минимума реальной части АКФ от накопления.

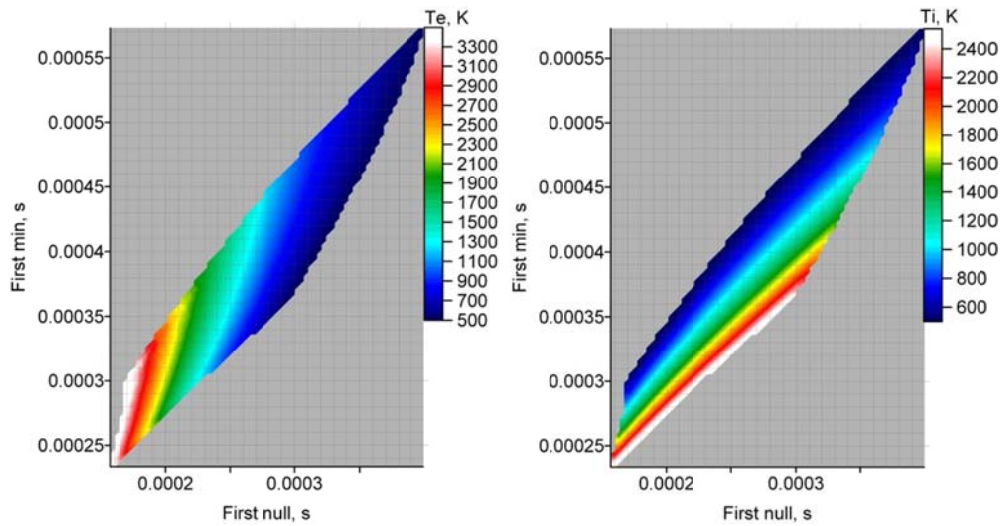


Рис. 5. Зависимость электронных (слева) и ионных (справа) температур от t_0 и t_{\min} .

Однако эти соображения справедливы только при априорном ограничении временного разрешения. Если увеличить временное разрешение до единиц микросекунд, на представленной на рисунке поверхности можно увидеть разрывы в области низких значений температур ионов и электронов, что в действительности свидетельствует о неустойчивости обратной задачи. На практике принимаемый сигнал оцифровывается с разрешением в 10 мкс. Этого достаточно, чтобы считать данную задачу корректной.

Построение нелинейной регрессии

Основная идея нелинейной регрессии заключается в нахождении зависимости $Y=f(x, \beta)+\epsilon$, где Y – искомые значения, x – вектор независимых переменных, β – набор коэффициентов регрессии, ϵ – вектор остатков, определяющий точность регрессии. Неизвестные коэффициенты регрессии можно определить исходя из критерия максимального правдоподобия. Их минимизация основана на оценке суммы квадратичных остатков $\sum(Y-f(x))^2$ с помощью метода наименьших квадратов.

Данную задачу можно решить численно с помощью метода Гаусса-Ньютона, описанного в работе [Gordon, 2002]. Этот метод заключается в той же идее, что и метод Ньютона для нахождения нулей функции – итеративном поиске пересечения касательной к функции в заданной точке с осью абсцисс. Применительно к методу наименьших квадратов метод Гаусса-Ньютона обобщен на случай многих переменных. Итак, если функция f непрерывно дифференцируема по β , то ее можно локально линеаризовать следующим образом:

$$f(\beta, x) \approx f(\beta_0, x) + \mathbf{X}_0(\beta - \beta_0),$$

где \mathbf{X}_0 – матрица градиентов размером $n \times p$ (число точек функции на число коэффициентов регрессии) с элементами вида $\partial f(x_i, \beta_0) / \partial \beta_j$. Тогда итеративная техника оценки параметра β записывается в следующем виде:

$$\beta_{j+1} = \beta_j + (\mathbf{X}_0^T \mathbf{X}_0)^{-1} \mathbf{X}_0^T \mathbf{e}, \quad (3)$$

где \mathbf{e} – вектор остатков, определяющий точность регрессии.

С помощью выражения 3 можно численно найти коэффициенты регрессии, оптимальным образом выбрав предсказывающую функцию и начальный параметр β_0 . В качестве вектора Y выступают искомые значения температур, а вектор x определяет независимые значения t_0 и t_{\min} . Интуитивно понятен выбор аппроксимирующей функции в виде многочлена n -й степени, поскольку вектор остатков будет вести себя также как и при приближении функции рядом Тейлора. В таком случае наибольшая ошибка регрессии всегда находится на границах области определения функции.

Существует несколько путей улучшения точности регрессии. Один из них – это увеличить степень или число переменных аппроксимирующего многочлена, добавив в регрессию больше влияющих факторов. Другой подход состоит в разделении области определения на секторы, для каждой из которых вычисляются собственные коэффициенты регрессии. Кроме того, область определения можно уменьшить благодаря апостериорной информации. К примеру, на практике отношение T_e к T_i не превышает 3.5 и всегда больше 1. Для наиболее быстрой работы алгоритма оценки температур по параметрам АКФ мы выбрали многочлен второй степени и разбили область определения на две условные области – ночную и дневную. Как и ожидалось, ионные температуры оказались более чувствительными к параметрам АКФ, а точность регрессии в дневной области не удовлетворяла условию в 10%. Поэтому в этой области ионные температуры были аппроксимированы многочленом 3-й степени, где в качестве третьей переменной выступала амплитуда первого минимума реальной части АКФ. В результате, максимальная ошибка регрессии составила ~7%. Данный результат приведен на рис. 6. Критерий разбиения области определения регрессии был выбран по наименее чувствительному параметру – t_0 . В дальнейшем точность регрессии можно улучшать, но для текущих задач полученная точность более чем приемлема. Найденные коэффициенты регрессии приведены в табл. 2 (ночная область) и 1 (дневная область). Ночная область значений температур ограничивается значениями $T_e \sim 1500$ К и $T_i \sim 1000$ К.

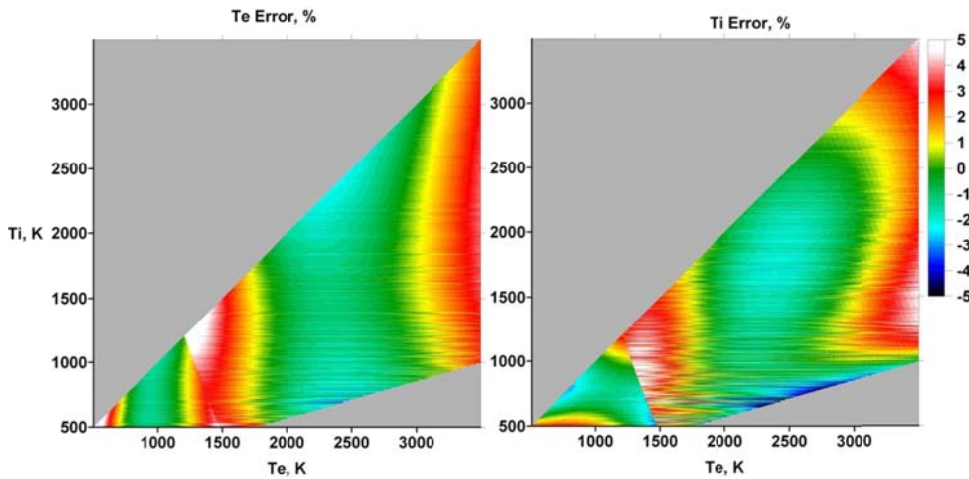


Рис. 6. Поверхность остатков регрессии для электронных (слева) и ионных (справа) температур.

Таблица 1.

beta_e	beta_i	Coefs at
4582	3736	1
9.636	-36.292	t_{\min}
-0.023016	0.079569	$t_{\min} \cdot t_{\min}$
-32.074	38.728	t_0
0.049541	-0.154483	$t_0 \cdot t_{\min}$
-0.003808	0.070897	$t_0 \cdot t_0$

Таблица 2.

beta_e	beta_i	Coefs at
11411	23370	1
0	80462	A_{\min}
0	80978	$A_{\min} \cdot A_{\min}$
34.877	93.854	t_{\min}
0	813.79	$t_{\min} \cdot A_{\min}$
-0.066109	1.487199	$t_{\min} \cdot t_{\min}$
-121.505	-280.611	t_0
0	-1573.1	$t_0 \cdot A_{\min}$
0.089095	-5.012901	$t_0 \cdot t_{\min}$
0.130828	4.252756	$t_0 \cdot t_0$

Моделирование

Модель, используемая в данной работе, подробно описана в работе [Ташлыков и др., 2013]. С учетом влияния формы и длины зондирующего импульса были восстановлены высотные профили температур. Необходимо отметить, что разрешение по высоте однозначно определяется длиной временного окна автокорреляционной функции, заданного равным длине зондирующего импульса. На рис. 7 представлены результаты моделирования: черным цветом – заложенный градиент температур, цветными – восстановленные градиенты температур для различных статистических наборов. Очевидно, что регрессионный подход работает с приемлемой точностью в рамках описанной модели.

Экспериментальные данные

Интересно выяснить, как данный метод работает на практике и имеет ли он потенциал для того, что-

бы регуляризовать решение обратной задачи при наличии существенных шумов. Естественно, в экспериментальных данных значения времени первого нуля и первого минимума реальной части АКФ будут значительно выходить за область определения, показанной на рис. 7.

К примеру, на рис. 8 приводится сравнение аналитической области определения температур (справа) и распределение параметров АКФ по времени (слева, цветом указано время UT) для данных ИРНР на 8.01.2014. Как видно, значительная часть данных не вписывается в рамки описанной регрессии. Однако область найденных значений параметров АКФ всегда может быть локализована путем отбрасывания значений, случайно или систематически выходящих за границы наиболее вероятной области нахождения этих параметров. На рис. 9 показаны гистограммы этих параметров для различного времени суток.

Таким образом, важным остается вопрос о точности восстановления температур с помощью регрессии и их верификация. Одним из инструментов, с помощью которых можно провести такую верификацию, является модель IRI-2012. Модель IRI – это эмпирическая модель ионосферы, с помощью которой можно исследовать вариации параметров ионосферы начиная с 1999 г. Временные профили температур по данным ИРНР и IRI-2012 для высот 250 и 350 км приведены на рис. 10. Здесь синим цветом обозначен профиль температур по данным IRI, черным – по данным ИРНР с помощью существующего алгоритма определения температур, красным – по данным ИРНР с помощью регрессии, причем для ионных температур результат регрессии представлен после его деления на масштабирующий коэффициент, подобранный вручную. Это было сделано, чтобы увидеть форму вариаций ионных температур, и свидетельствует о том, что на данном этапе построенная регрессия не применима к экспериментальным данным ИРНР.

Однако регрессионный подход к определению температур может быть оправдан, если в дальнейшем учитывать такие влияющие факторы, как скорость плазмы (характеризующие спектральные перекосы в данных ИРНР) и эффект Фарадея. Кроме

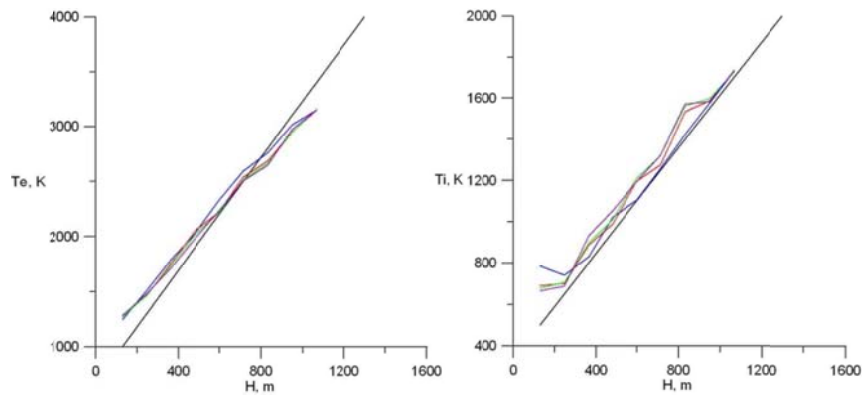


Рис. 7. Восстановленные градиенты температур по данным модели для различных статистических наборов.

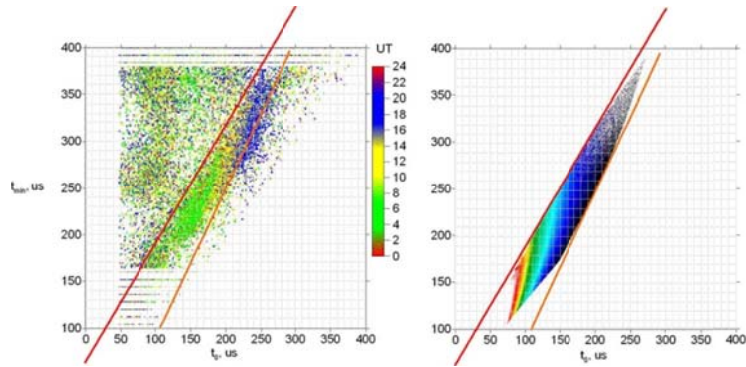


Рис. 8. Область определения регрессии (справа) и распределение t_0 и t_{\min} в зависимости от времени (слева).

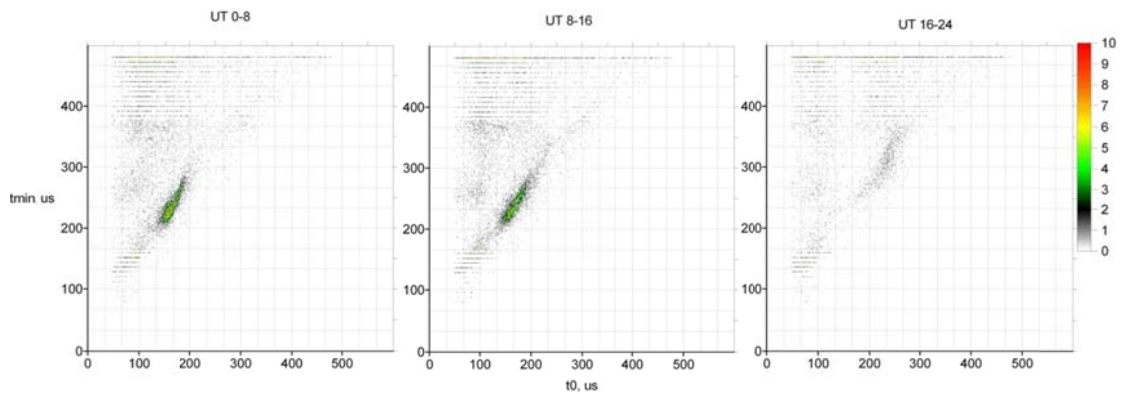


Рис. 9. Гистограммы распределения t_0 и t_{\min} по данным ИРНР для 8.01.2014.

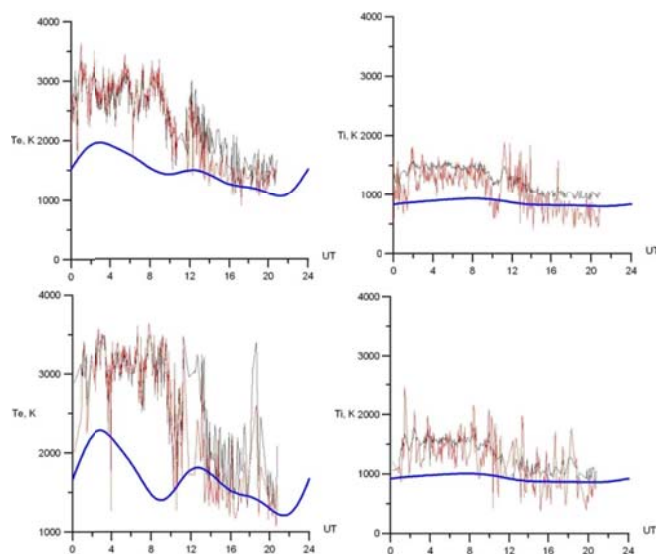


Рис. 10. Временные зависимости температур для высот 250 км (снизу) и 350 км (сверху).

того, вид регрессионной функции и точность регрессии можно существенно улучшить, построив нейронные сети и обучая их по экспериментальным данным ИРНР.

Заключение

В данной работе исследована возможность разработки метода определения ионных и электронных температур с помощью регрессионной модели. Используемый в настоящем алгоритм имеет существенную погрешность, которая выражается в том, что как ионные, так и электронные температуры заметно завышены и зависимы друг от друга. Это не отражает физику происходящих в ионосфере процессов адекватно, т.к. ионы значительно инертнее электронов, а динамика их изменения должны быть значительно медленнее. Регрессия же позволяет восстанавливать значения ионных и электронных температур математически независимо. Ее главное преимущество заключается в том, что в рамках детерминированного подхода можно исследовать чувствительность отдельных параметров АКФ к определенным параметрам изучаемой ионосферы и построить их зависимость. С помощью моделирования ведется поиск различных источников погрешностей, и в результате их выявления метод определения температур ионосферной плазмы может быть существенно улучшен.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Медведев А.В. Развитие методов и аппаратных средств радиофизических исследований верхней атмосферы Земли на Иркутском радаре некогерентного рассеяния: Автореферат дис. ... д.ф.-м.н. Иркутск, ИСЗФ СО РАН, 2014.

Ташлыков В.П., Алсаткин С.С., Васильев Р.В., Щербаков А.А. Моделирование сигнала некогерентного рассеяния для ИРНР // Сборник БШФФ-2013. С. 259–263.

Шеффилд Дж. Рассеяние электромагнитного излучения в плазме. М.: АТОМИЗДАТ 1978, 129 с.

Шпынев Б.Г. Методы обработки сигналов методом некогерентного рассеяния: Автореферат дис. ... к.ф.-м.н. Иркутск, ИСЗФ СО РАН. 2000. 85 с.

Gordon K. Smyth. Nonlinear regression // Encyclopedia of environments, 2002.

¹Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск, Россия

²Иркутский национальный исследовательский технический университет, Иркутск, Россия