

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПОДТАЛКИВАНИЯ УПРУГОЙ НИТИ ДЛЯ РАСЧЕТА РАДИОТРАСС В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ**

<sup>1</sup>И.А. Носиков, <sup>2</sup>П.Ф. Бессараб, <sup>1,3</sup>М.В. Клименко, <sup>3</sup>В.В. Клименко, <sup>1,3</sup>Ф.С. Бессараб, <sup>1,3</sup>Д.С. Котова, <sup>1</sup>В.Е. Захаров

**APPLICATION OF NUDGED ELASTIC THREAD METHOD FOR COMPUTING RADIO PATHS IN INHOMOGENEOUS MEDIA**

<sup>1</sup>I.A. Nosikov, <sup>2</sup>P.F. Bessarab, <sup>1,3</sup>M.V. Klimenko, <sup>3</sup>V.V. Klimenko, <sup>1,3</sup>F.S. Bessarab, <sup>1,3</sup>D.S. Kotova, <sup>1</sup>V.E. Zakharov

Приведены основные положения метода подталкивания упругой нити и его применение для расчета радиотрасс волн КВ-диапазона. В основе предлагаемого подхода лежит вариационный принцип для функционала оптической длины радиолуча (принцип Ферма). В предлагаемом методе упорядоченный набор точек, являющийся дискретным представлением радиолуча, последовательными поперечными трансформациями преобразуется к оптимальной конфигурации. Для нахождения оптимального положения точек используется градиент функционала от текущего положения точек. Важными особенностями метода являются ликвидация компоненты градиента функционала, направленной вдоль траектории, и введение упругой силы между точками, что позволяет контролировать распределение точек вдоль трассы. Коэффициент упругости рассчитывается в зависимости от кривизны траектории. Данный метод позволяет находить множество решений и получать многоскачковые трассы. Метод подталкивания упругой нити был применен для расчета радиотрасс в трехмерном случае в среде с показателем преломления, рассчитанным в глобальной самосогласованной модели термосфера–ионосфера–протоносфера (ГСМ ТИП).

The nudged elastic band method (NEB) for calculating the HF radio paths is proposed and realized. The method is based on direct utilization of the variational principle for the optical path (Fermat's principle). The idea is to transform an arbitrary trajectory to an optimal one, while the endpoints of the trajectory are kept fixed according to the boundary conditions. We propose a version of such a direct variational method, where only transverse displacements of the radio wave ray are used in the optimization algorithm. In our method, a chain of points which gives a discrete representation of the ray is adjusted iteratively to an optimal configuration. Early the method has been applied to various test problems in 2D approach. Results show a good agreement with known analytical solutions. Point's distribution along the path controlled by spring forces between them. The elastic coefficient is depended on the curvature of the trajectory. This method can find the set of solutions and obtain multi-hop ray paths. The method has been applied to study 3D point-to-point ionospheric ray tracing where the properties of the propagation media have been derived using the Global Self-consistent Model of the Thermosphere, Ionosphere and Protonosphere (GSM TIP).

**Введение**

В настоящее время в рамках задачи о моделировании распространения КВ радиоволн широко применяется метод численного решения задачи Коши с начальными условиями для нахождения поля волны в приближении геометрической оптики, когда положение точки приема не закреплено [Карпачев и др., 2013; Кравцов и др., 1980; Котова и др., 2014; Haselgrove, 1963]. Однако с точки зрения практических приложений актуальна задача о расчете траектории радиолуча с заданными координатами точек излучения и приема, которая на практике решается методом стрельбы. В единственной работе [Coleman, 2011] предлагается вариант прямого вариационного метода, который, однако, не применим для расчета сильно искривленных радиотрасс. В данной работе будет развит и отлажен подход, основанный на применении вариационного принципа к функционалу оптической длины пути напрямую, без необходимости решать уравнения Эйлера-Лагранжа. Идея метода заключается в том, что некая первоначально заданная траектория последовательно трансформируется в оптимальную, причем ее концы на протяжении всего процесса оптимизации зафиксированы в соответствии с граничными условиями. Важным достоинством такого подхода по сравнению с методом стрельбы является автоматическое выполнение граничных условий для радиотрассы: начальная и конечная точки по определению совпа-

дают с положением передатчика и приемника радиоволны, соответственно. При этом положение передатчика и приемника можно задавать произвольным образом. Варианты такого метода последовательных трансформаций известны в различных областях науки, где необходимо вычислять пути с закрепленными концами [Mills et al., 1994; Bessarab et al., 2013].

**Метод подталкивания упругой нити**

Метод подталкивания упругой нити основан на принципе Ферма, согласно которому траектория луча обеспечивает экстремум (минимум) функционалу оптической длины пути:

$$S[\gamma] = \int_A^B n(\vec{r}) dl. \tag{1}$$

Здесь интегрирование производится вдоль кривой  $\gamma$ , задающей траекторию луча, которая соединяет точки  $A$  и  $B$ ,  $n(\vec{r})$  — показатель преломления в точке  $\vec{r} = (x, y, z)$ , лежащей на кривой  $\gamma$ , и  $dl$  — элемент длины вдоль  $\gamma$ .

Поскольку положение первой и последней точки зафиксировано, задача о нахождении траектории радиолуча сводится к поиску минимума функции  $S[\gamma]$ . Многие численные методы поиска минимума многомерной функции основаны на вычислении антиградиента целевой функции:

$$F = -\nabla S. \quad (2)$$

В данном случае  $F$ , имеет смысл силы, действующей на каждую точку кривой  $\gamma$ . Эта сила стремится выстроить точки вдоль искомой траектории распространения радиоволны.

### Результаты расчетов в неоднородной среде

Метод был протестирован на задаче о расчете радиотрасс между двумя фиксированными точками в модельной неоднородной изотропной среде. На рис. 1 показан пример расчета радиотрассы, где модельная среда задавалась суперпозицией гауссовых функций. Данный пример демонстрирует способность метода подталкивания упругой нити находить решение в сложной неоднородной среде, что важно при моделировании распространения радиоволн в ионосфере с неоднородностями порядка или больше длины волны.

Следующим этапом проверки работоспособности метода стал расчет в параболическом слое с неоднородностями. На рис. 2 показан пример такого расчета. Для данной среды было получено несколько радиотрасс, одна из которых представляет собой двускачковую трассу, которая была получена при задании конечной точки первого скачка, свободно перемещающейся по поверхности Земли. При этом каждое решение находилось при различном задании

начального распределения точек радиолуча. Таким образом, метод подталкивания упругой нити позволяет находить локальные решения, которыми могут являться, в том числе, и многоскачковые трассы.

### Заключение

В данной работе предложен подход, основанный на прямом вариационном методе, предназначенный для решения задачи о расчете радиотрасс волн КВ-диапазона с заданными координатами точек передачи и приема. Тестирование метода для случаев неоднородной изотропной среды показало возможности получения нескольких решений, среди которых также возможны многоскачковые трассы. Таким образом, продемонстрирована работоспособность метода и широкие возможности его дальнейшего применения.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ №МК-4866.2014.5 и гранта РФФИ № 15-35-20364. Работа проводилась в рамках проекта «Физические механизмы формирования реакции верхней атмосферы и ионосферы на процессы в нижней атмосфере и на поверхности Земли» (Государственное задание Министерства образования и науки РФ, конкурсная часть, задание № 3.1127.2014/К).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Карпачев А.Т., Жбанков Г.А., Телегин В.А. // Геомагнетизм и аэрономия. 2013. Т. 53, № 6. С. 809.  
 Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука. 1980. 304 с.  
 Котова Д.С., Клименко М.В., Клименко В.В., Захаров В.Е. // Известия ВУЗов. Радиофизика. 2014. Т. LVII, № 7. С. 519–530.  
 Bessarab P.F., Uzdin V.M., Jónsson H. // Physical Review B. 2013. V. 88. P. 214407.  
 Coleman C.J. // Radio Science. 2011. V. 46. P. RS5016.  
 Haselgrove J. // J. Atmos. Solar-Terrestrial Phys. 1963. V. 25. P. 397–399. DOI:10.1016/0021-9169(63)90173-9.  
 Mills G., Jónsson H. // Physical Review Letters. 1994. V. 72. P. 1124.

<sup>1</sup>Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия

<sup>2</sup>Королевский технологический институт, Стокгольм, Швеция  
<sup>3</sup>Западное отделение Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН, Калининград, Россия

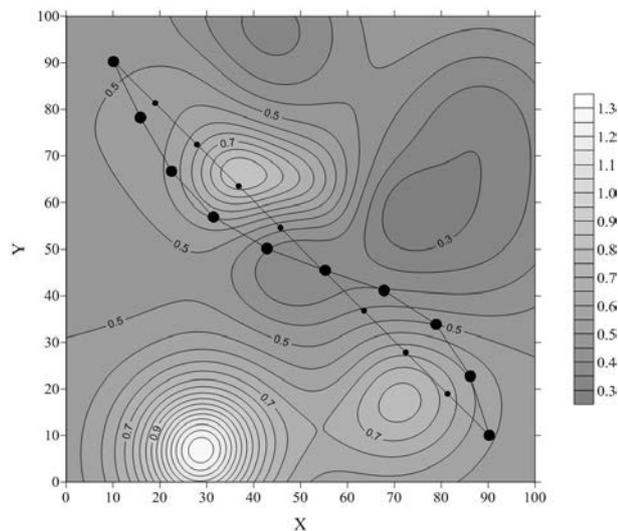


Рис. 1. Тестирование метода подталкивания упругой нити для случая неоднородной среды. Начальное приближение задавалось вдоль прямой, соединяющей начальную и конечную точки.

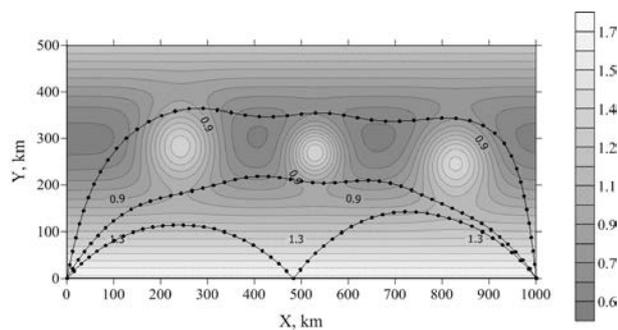


Рис. 2. Тестирование метода подталкивания упругой нити в параболическом слое с неоднородностями.