

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕКВАДРАТИЧНОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ДЛЯ РАЗДЕЛЕНИЯ ЛУЧЕЙ В КВАЗИСТАЦИОНАРНОМ РАДИОКАНАЛЕ

Н.В. Ильин, М.С. Пензин

USING NON-QUADRATIC REGULARIZATION FOR SEPARATION OF RAYS IN QUASI-STATIONARY RADIO CHANNEL

N.V. Ilyin, M.S. Penzin

В работе рассматривается методика разделения лучей в нестационарном КВ-радиоканале в случае, если сигналы, распространяющиеся по разным путям, не разделяются по задержкам, углам прихода, поляризациям или с помощью доплеровской фильтрации. Измеряемый сигнал является результатом интерференции нескольких лучей. В этом случае задача разделения сигнала на отдельные лучи некорректна, т. е. допускает множество решений. Рассматривается неквадратичная регуляризация, которая позволяет достичь более высокого разрешения по частотам и приводит к сверхразрешению при спектральном оценивании.

The paper discusses the methods of the rays separation in non-stationary radio channel in the case when one cannot separate rays other methods (delays, angle of receiving, polarization, Doppler's filtration). Measured signal is the result of the interference of several rays. In that case the problem of the separation of the rays is not correct because it have set of solution. The paper considers the nonquadratic regularization which allows us to get higher frequency resolution.

Введение

При прохождении сигнала через многолучевой нестационарный медленно меняющийся радиоканал каждый луч меняется слабо. В точке приема сигнал является результатом интерференции нескольких лучей и меняется гораздо сильнее отдельных слагаемых.

Характерным примером такого радиоканала является ионосфера при наклонном зондировании. При этом обычно имеется два луча (верхний и нижний), каждый из которых имеет свою точку отражения. Образно выражаясь, ионосфера с течением времени «дышит» и изменяется, причем в разных точках по-разному. Таким образом, верхний и нижний лучи подвергаются изменениям, происходящим в областях отражения и на всем пути луча. В точке приема мы видим результат интерференции этих лучей. Если разделить результат интерференции на два отдельных луча и рассмотреть характер изменения их фазы, то можно судить о динамике изменения ионосферы в областях отражения отдельных лучей. Все кажется довольно простым, но на практике мы имеем в общем случае более двух лучей, при этом точное их количество априори неизвестно.

Для решения подобной задачи, когда в мультикомпонентном сигнале необходимо получить информацию о компонентах сигнала, разработано множество методик, которые, в частности, применяются для определения углов прихода сигналов. Сигналы можно разделять по задержкам, частоте. Методы главных компонент [Pearson, 1901] и анализа независимых компонент [Нувярinen, Оја, 2000] также направлены на решение подобных задач.

Современные методы довольно успешно справляются с поставленной задачей, если известно число компонент сигнала, но особый интерес как раз представляют случаи, когда количество компонент неизвестно.

Представленная ниже методика является адаптацией метода, предложенного Малютовым и Сетином [Malioutov, Setin, 2005] для определения углов прихода лучей с использованием линейного массива сенсоров.

Теория

Известно, что наиболее чувствительной характеристикой сигнала к изменению параметров радиоканала является фаза. В случае даже самых незначительных изменений фазовая картина может значительно изменяться, в то время как изменениями амплитуды при незначительных изменениях параметров радиоканала можно пренебречь. Таким образом, фаза становится характеристикой, наиболее ярко отражающей динамику изменения параметров канала.

В радиоканале в КВ-диапазоне параметры ионосферы за короткие промежутки времени меняются незначительно, таким образом, можно считать, что фаза меняется медленно и непрерывно. Также стоит отметить, что число компонент в сигнале невелико.

Рассмотрим для начала один сигнал с медленно меняющимися фазой и амплитудой в течение времени T , который можно представить в виде

$$u(t) = A(t) \exp(i\phi(t)). \quad (1)$$

Рассмотрим небольшой отрезок этого сигнала, где $t \in [t_1, t_2]$. Основываясь на положении, что фаза и амплитуда меняются медленно, будем считать, что амплитуда внутри этого временного отрезка может считаться постоянной, а фаза меняется по линейному закону, то есть

$$u(t) \approx A \exp(i\phi(t_0) + i\phi'(t_0)t), \quad (2)$$

где $t_0 = (t_2 - t_1) / 2$, а $\phi'(t) = \partial\phi(t) / \partial t$ будем называть мгновенной частотой сигнала (1), которую далее будем обозначать как ω .

Рассмотрим набор отсчетов этого сигнала:

$$u_k = A \exp(i\phi(t_0) + i\omega(t_0 + t_k)) = u(t_0) \exp(i\omega t_k), \quad (3)$$

где t_k – смещение относительно t_0 , $k \in [1, K]$.

Таким образом, каждый отсчет представляет собой отсчет в точке t_0 с некоторым смещением по фазе.

Рассмотрим отсчеты результата интерференции нескольких таких сигналов:

$$s_k = \sum_{n=1}^N u_n(t_k) = \sum_{n=0}^N u_n(t_0) \exp(i\omega_n t_k). \quad (4)$$

На основе этого можно сформулировать модель сигнала (4) в матричном виде:

$$Y = AX + N, \tag{5}$$

где $A_{kn} = \exp(i\omega_n t_k)$ – матрица фазовых смещений, $X_n = u_n(t_0)$ – вектор значений каждой компоненты сигнала, $Y_k = s_k$ – вектор отсчетов суммарного сигнала, N – шум.

Решать задачу (5) можно, применяя методы оптимизации для подбора параметров для минимизации нормы $\|Y - AX\|^p$. Но это возможно осуществить только в случае, если известно число N компонент сигнала.

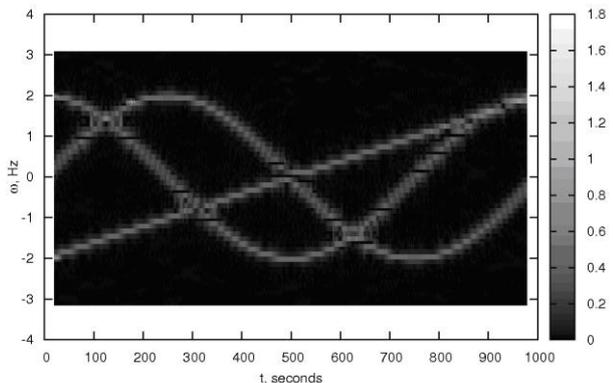
При неизвестном количестве компонент сигнала и наличии шума система (5) решается неоднозначно.

Для решения этой задачи мы доопределяем матрицу A . Введем некий набор, в котором мы будем искать потенциально существующие сигналы. На основе этого набора мы формируем матрицу A . Таким образом, образуется избыточный базис и единственность решения нарушается. Задачи с подобной постановкой решаются методами регуляризации [Тихонов и др., 1990], которые заключаются в том, что вводится некое внешнее условие, основанное на априорных сведениях, в нашем случае это утверждение, что число сигналов, участвующих в интерференции, должно быть невелико. Это позволяет нам переформулировать задачу в виде задачи минимизации следующего регуляризованого функционала:

$$J(X) = \|Y - AX\|^2 + \lambda \|X\|_p^p, \tag{6}$$

где $\|*\|_p^p$ – l_p -норма, λ – параметр регуляризации, чем он больше, тем больше решение соотносится с регуляризирующим членом $\|X\|_p^p$, чем он меньше, тем больше решение соотносится с задачей минимизации $\|Y - AX\|^2$. Требование того, чтобы норма $\|X\|_p^p$ была минимальна, эквивалентно требованию минимизации числа компонент.

Для случая $p=2$ выражение (6) принимает вид достаточно хорошо известной квадратичной регуляризации Тихонова [Тихонов и др., 1990]. В случае $p=1$ получаем метод LASSO (least absolute shrinkage and selection operator) [Tibshirani, 1996].



Зависимость мгновенной циклической частоты сигнала от времени для каждого из слагаемых в (12).

Описание алгоритма

Для вычисления значение l_p -нормы в случае $0 < p < 2$ воспользуемся следующей аппроксимацией [Vogel, Oman, 1998]:

$$\|X\|_p^p = \sum_{n=1}^N (|X_n|^2 + \epsilon)^{p/2}, \tag{7}$$

где ϵ – это некая малая константа.

Задачу минимизации функционала (6) решаем с использованием квазиньютоновских методов [Çetin, Karl, 2001], при этом итерационную формулу можно записать как

$$X^{(n+1)} = X^n + \beta [H(X^{(n)})]^{-1} \nabla J(X^{(n)}), \tag{8}$$

$$H(X) = 2A^H A + \lambda \text{diag} \left\{ \frac{p}{(|X_i|^2 + \epsilon)^{1-p/2}} \right\}. \tag{9}$$

Если принять, что $\beta=1$, и подставить (9) в (8), то окончательная итерационная формула примет вид

$$H(X^{(n)})X^{(n+1)} = 2A^H Y. \tag{10}$$

Условие остановки

$$\frac{\|X^{(n+1)} - X^{(n)}\|_2^2}{\|X^{(n+1)}\|_2^2} < \delta, \tag{11}$$

где δ – некая малая константа.

На основе полученных решений можно сформировать диаграмму, на которой представлена зависимость мгновенной частоты сигнала от времени.

В качестве тестового примера был выбран сигнал вида

$$s(t) = \exp\left(i\left(1 - 2t + \frac{2t^2}{T}\right)\right) + \exp\left(i\left(-2 - \frac{T \cos(2\pi t / T)}{\pi}\right)\right) + \exp\left(i\left(3 + \frac{T \sin(2\pi t / T)}{\pi}\right)\right), \tag{12}$$

длительностью 1000 с, с частотой дискретизации 1 Гц и SNR=20 дБ, $p=0.1$ и шириной окна 40 отсчетов.

Результат использования предложенной методики можно увидеть на рисунке.

Заключение.

В докладе представлен метод восстановления мгновенной частоты медленно меняющихся с течением времени сигналов. Благодаря тому, что набор $\{\omega_n\}$ не обязан быть эквидистантным, мы можем сгущать решетку возле интересующих нас точек, таким образом достигая необходимой точности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Pearson K. On lines and planes of closest fit to systems of points in space // Philosophical Magazine. 1901. N 2. P. 559–572.
 Hyyärinen A., Oja E. Independent component analysis: Algorithms and application // Neural Networks. 2000. V. 13. N 4–5. P. 411–430.
 Malioutov D.M., Çetin M. Sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays // IEEE Trans. Signal Proc. Aug. 2005. V. 53-8, part II. P. 3010–3022.

Li X., Bi G., Stankovic S., Zoubir A.M. Local polynomial Fourier transform: A review on recent developments and applications // *Signal Proc.* 2011. V. 91, iss. 6. P. 1370–1393.

Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Численные методы решения некорректных задач. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. 232 с.

Tibshirani R. Regression shrinkage and selection via the lasso // *J. Royal. Statist. Soc B.* 1996. V. 58, N 1. P. 267–288.

Vogel C.R., Oman M.E., Fast, robust total variation-based reconstruction of noisy, blurred images // *IEEE Trans. Image Proc.* 1998. V. 7, N 6. P. 813–824.

Çetin M., Karl W.C. Feature-enhanced synthetic aperture radar image formation based on non-quadratic regularization // *IEEE Trans. Image Proc.* 2001. V. 10, N 4. P. 623–631.

Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск, Россия