УДК 530.145, 539.12

О ТЕРМОПОЛЕВОЙ БОЗОНИЗАЦИИ В МОДЕЛИ ТИРРИНГА И ПРАВИЛАХ ТИЛЬДА-СОПРЯЖЕНИЯ

В.В. Семенов, С.Э. Коренблит

ON THERMOFIELD BOSONIZATION IN THIRRING MODEL AND TILDE CONJUGATION RULES

V.V. Semenov, S.E. Korenblit

Показано, что правила тильда-сопряжения Ожимы для ферми-полей вытекают из структуры термополевого вакуума как когерентного состояния на группе SU(2). Понятие «горячих» и «холодных» термополей приводит к нормальной форме термополевых решений модели Тирринга с правильными свойствами антикоммутации и перенормировки, позволяя различать их представления над разными вакуумами.

It is shown that Ojima fermionic tilde conjugation rules follows from the structure of thermofield vacuum as a coherent state for the group SU(2). The notion of "hot" and "cold" thermofields leads to normal form of thermofield solution with correct anticommutation and renormalization properties, distinguishing different thermofield representations for different vacua.

1. О термодинамике идеальных одномерных газов

Следуя стандартному курсу статистической физики [Квасников, 2002] легко показать, что равновесная термодинамика свободных безмассовых бозонов в одномерном ящике длины L совпадает с термодинамикой свободных безмассовых фермионов спина 1/2 при той же температуре $k_B T=1/\varsigma$ только при тождественно равных нулю химических потенциалах, $\mu_{(B)}=\mu_{(F)}=0$, что дает простейший пример термополевой бозонизации [Gómez, Steer, 1999] для давления P и плотностей внутренней энергии U и энтропии S:

$$P_{(B),(F)} = U_{(B),(F)}/L = \pi^2/3\varsigma^2 hc,$$

$$S_{(B),(F)}/k_B L = 2\pi^2/3\varsigma^2 hc,$$

$h = 2\pi\hbar$, c – скорость света. При заданных плотностях $\bar{n}_{(B)} = N_{(B)}/L$, $\bar{n}^{\pm}_{(F)} = N^{\pm}_{(F)}/L$ такая равновесная картина дает

$$\varsigma\mu_{(B)}(T, \bar{n}_{(B)}) = \ln\left(1-e^{-\bar{n}_{(B)}\varsigma hc/2}\right),$$

$$\varsigma\mu^{\pm}_{(F)}(T, \bar{n}^{\pm}_{(F)}) = \pm\ln\left(e^{\bar{n}^{\pm}_{(F)}\varsigma hc/2} - 1\right),$$

и обе системы при тех же ς, L имеют одинаковые как P, U, S, так и другие термодинамические потенциалы. Причем $\mu_{(B)}=0$ при любой температуре означает бесконечную плотность бозонов: $\bar{n}_{(B)} \mapsto \infty$, т. е., специфику термодинамического предела $N_{(B)} \to \infty$, $L \to \infty$ в бозонной картине. Равновесное давление в фермионной картине является на самом деле суммой парциальных давлений

$$P_{(F)}(T, \mu_{(F)}) = U_{(F)}/L = P^{+}_{(F)}(T, \mu^{+}_{(F)}) +$$
$$+P^{-}_{(F)}(T, \mu^{-}_{(F)}) = \pi^2/3\varsigma^2 hc + \mu^2_{(F)}/hc$$

$N^{+}_{(F)}$ фермионов и $N^{-}_{(F)}$ антифермионов с противоположными значениями химических потенциалов $\mu^{\pm}_{(F)} = \pm\mu_{(F)}$ [Gómez, Steer, 1999] и зарядов с зарядовой плотностью

$$Q_{(F)}/L = \bar{n}^{+}_{(F)} - \bar{n}^{-}_{(F)} = 2\mu_{(F)}/hc,$$

где $Q_{(F)}$ есть усредненный полный заряд. При любых $\mu_{(F)}$, $\mu_{(B)}$, это дает равновесные потенциалы Гиббса:

$$G_{(B)} = N_{(B)}\mu_{(B)},$$

$$G_{(F)} = N^{+}_{(F)}\mu^{+}_{(F)} + N^{-}_{(F)}\mu^{-}_{(F)} =$$
$$= \left(N^{+}_{(F)} - N^{-}_{(F)}\right)\mu_{(F)} = Q_{(F)}\mu_{(F)},$$
$$G_{(F)} \Rightarrow G_{(B)} \mapsto 0$$

при $\mu^{\pm}_{(F)} = \mu_{(F)} = 0$ или $\bar{n}^{+}_{(F)} = \bar{n}^{-}_{(F)} = 2\ln 2/\varsigma hc$ в роли закона действующих масс, т. е. только в секторе с нулевым полным зарядом $Q_{(F)}=0$. Аналогично равновесному излучению [Квасников, 2002] давление безмассовых частиц на стенку связано с их равновесным поглощением и эмиссией ею, разумеется, при $\mu_{(B)}=\mu_{(F)}=0$. Пусть, например, левая стенка в единицу времени поглощает N^{+}_{L} левых фермионов и N^{-}_{L} левых антифермионов, летящих влево с суммарным зарядом $Q_{\mathrm{L}} = N^{+}_{\mathrm{L}} - N^{-}_{\mathrm{L}}$, а излучает N^{+}_{R} правых фермионов и N^{-}_{R} правых антифермионов, летящих вправо с суммарным зарядом $Q_{\mathrm{R}} = N^{+}_{\mathrm{R}} - N^{-}_{\mathrm{R}}$ [Рубаков, 2005]. Поскольку стенка в равновесии остается незаряженной, $Q_{\mathrm{R}}-Q_{\mathrm{L}}=Q_{5(F)}=0$, а так как полный заряд для $\mu_{(F)}=0$ также обращается в ноль ($Q_{\mathrm{R}}+Q_{\mathrm{L}}=Q_{(F)}=0$), мы приходим к заключению, что для такого равновесного состояния $N^{+}_{\mathrm{R},L} = N^{-}_{\mathrm{R},L}$, при этом точно обеспечивается полное превращение правых и левых фермион-антифермионных пар $\chi^{+}_{\mathrm{R},L} + \chi^{-}_{\mathrm{R},L} \leftrightarrow$ в произвольное число бозонов, летящих вправо и влево соответственно. Такое качественное описание равновесной бозонизации подразумевает наличие при $T>0$ ненулевой плотности фермионов, которая обращается в ноль лишь при $T=0$, что отвечает уже «абсолютной» бозонизации с нулевой энергией Ферми $\mu^{+}_{(F)}(0, \bar{n}^{+}_{(F)}) = \bar{n}^{+}_{(F)}hc/2$. Заметим, что при $T\neq 0$ формальный параметр [Gómez, Steer, 1999] инфракрасной регуляризации L приобретает физический смысл макроскопического термодинамического параметра, как реального или эффективного размера данной системы [Квасников, 2002].

2. О фермионных правилах тильда-сопряжения

Следуя Ожиме [Ojima, 1981], начнем со случая простейшего фермионного осциллятора для одной фиксированной моды k^1, который имеет только два нормированных состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ с энергией 0 и ω и ферми-операторами уничтожения/рождения $b, b^\dagger$:

$$0 b\,|\,0\rangle = 0,\ \ |1\rangle = b^\dagger\,|\,0\rangle,\ \{b,\ b^\dagger\}=1,\ \{b,\ b\}=0.$$

Термический вакуум является нормированной суммой тензорных произведений двух независимых копий этих состояний:

$$|\,0\tilde{0}\rangle = |\,0\rangle \otimes |\,\tilde{0}\rangle,\ \ |\,1\tilde{1}\rangle = |1\rangle \otimes |\,\tilde{1}\rangle,$$

взвешенных с соответствующими экспоненциальными факторами Гиббса и относительной фазы, так что при $\{b, \tilde{b}^{\#}\} = 0,\ (\tilde{b}^{\#} = \tilde{b}, \tilde{b}^\dagger)$ (индекс моды k^1 систематически опускается) [Ojima, 1981]

$$|\,0(\varsigma)\rangle_{(F)} = \frac{|\,0\tilde{0}\rangle + e^{i\Phi}e^{-\varsigma\omega/2}\,|\,1\tilde{1}\rangle}{\left[\langle 0\tilde{0}\,|\,0\tilde{0}\rangle + e^{-\varsigma\omega}\langle 1\tilde{1}\,|\,1\tilde{1}\rangle\right]^{1/2}} \equiv \equiv \cos\vartheta\left(1 + e^{i\Phi}\tan\vartheta\, b^\dagger\tilde{b}^\dagger\right)|\,0\tilde{0}\rangle = V^{-1}_{\vartheta(F)}\,|\,0\tilde{0}\rangle, \qquad (1)$$

где

$$V^{-1}_{\vartheta(F)} = \exp\left\{e^{i\Phi}\tan\vartheta\, G_+\right\}\times \times\exp\left\{-\ln(\cos^2\vartheta)\, G_3\right\}\exp\left\{-e^{-i\Phi}\tan\vartheta\, G_-\right\},$$

$$\tan^2\vartheta(k^1, \varsigma) = e^{-\varsigma\omega},\ \ \omega = \omega(k^1),$$

$$G_+ = b^\dagger\tilde{b}^\dagger,\ G_- = \tilde{b}b = \left(G_+\right)^\dagger,$$

$$G_3 = \left(b^\dagger b - \tilde{b}\tilde{b}^\dagger\right)\big/2,$$

$$\left[G_+, G_-\right] = 2G_3, \qquad\qquad (2)$$
$$\left[G_3, G_\pm\right] = \pm G_\pm,\ G_\pm = G_1 \pm iG_2,$$

откуда

$$V^{-1}_{\vartheta(F)} = \exp\left\{\vartheta\left[e^{i\Phi}G_+ - e^{-i\Phi}G_-\right]\right\} = = V_{-\vartheta(F)} = V^\dagger_{\vartheta(F)} \qquad (3)$$

есть стандартная форма оператора когерентного состояния на группе SU(2) [Переломов, 1987]. Это наблюдение позволяет идентифицировать алгебру (2) как алгебру «квазиспина» [Липкин, 1977] с «холодным» вакуумом $|\,0\tilde{0}\rangle$ в качестве низшего и $|\,1\tilde{1}\rangle$ в качестве высшего состояний представления с квазиспином $s=1/2$:

$$G_3\left|s, \pm s\right\rangle = \pm s\left|s, \pm s\right\rangle,\ G_\pm\left|s, \pm s\right\rangle = 0$$

при $|\,0\tilde{0}\rangle \Rightarrow \left|s, -s\right\rangle,\ \ |\,1\tilde{1}\rangle \Rightarrow \left|s, s\right\rangle$. Оставшаяся произвольной единственная относительная фаза Φ отражает тот факт, что квантовое состояние в гильбертовом пространстве есть не вектор, а луч [Боголюбов и др., 1987]. В итоге термовакуум (3) как когерентное состояние [Переломов, 1987] аннигилируется оператором

$$V^{-1}_{\vartheta(F)}G_-V_{\vartheta(F)} = \cos^2\vartheta\, G_- + + e^{i\Phi}\sin 2\vartheta\, G_3 - e^{2i\Phi}\sin^2\vartheta\, G_+ = \underline{b}(\varsigma)b(\varsigma)$$

и операторами

$$b(\varsigma) = V^{-1}_{\vartheta(F)}\, b\, V_{\vartheta(F)} = b\cos\vartheta - \tilde{b}^\dagger e^{i\Phi}\sin\vartheta,$$
$$\underline{b}(\varsigma) = V^{-1}_{\vartheta(F)}\, \tilde{b}\, V_{\vartheta(F)} = \tilde{b}\cos\vartheta + b^\dagger e^{i\Phi}\sin\vartheta. \qquad (4)$$

До сих пор $\tilde{b}^{\#}$ является лишь обозначением и не определяет никакой операции. Чтобы определить его как операцию

$$\underline{b}(\varsigma) \mapsto \tilde{b}(\varsigma),$$

следует выбрать значение Φ. Популярный выбор $\Phi=0$ приводит к сложным правилам тильда-сопряжения для фермионов, отличающимся от бозонных [Умэдзава и др., 1985]. Выбор Ожимы $\Phi=-\pi/2$ приводит к одинаковым правилам для бозонов и фермионов [Ojima, 1981]. Как видим, выбор $\Phi=-\pi/2$ ничем не хуже, он также удовлетворяет условиям для антилинейного гомоморфизма, и $\tilde{\tilde{b}}(\varsigma) = b(\varsigma)$, что представляется удобным для целей бозонизации. При этом термовакуум, определенный преобразованием Боголюбова (1), оказывается когерентным состоянием, полученным когерентным SU(2)-вращением всех вакуумов отдельных ферми-осцилляторов $|\,0_{k^1}\tilde{0}_{k^1}\rangle$ как низших квазиспиновых состояний вокруг одного и того же единичного вектора $\vec{\mathrm{u}} = (\sin\Phi, \cos\Phi, 0)$, но на разные углы $-2\vartheta(k^1)$: $V^{-1}_{\vartheta(F)} = \exp\left[i2\vartheta\left(\vec{\mathrm{u}}\,\vec{G}\right)\right]$ [Переломов, 1987].

Аналогичная картина будет иметь место и для бозонного термовакуума, полученного термическим преобразованием Боголюбова $V_{\vartheta(B)}$, определяя его как когерентное состояние для представлений дискретной серии группы SU(1,1) [Переломов, 1987]. Однако в этом случае числитель в (1) содержит счетное число членов со счетным числом произвольных фаз Φ_n [Ojima, 1981]. Когерентное состояние вида (1), (3) возникает здесь только если счетное число раз уже для одной осцилляторной моды когерентно выбрать $\Phi_n \mapsto n\Phi$, n=0, 1, 2, …. У нас нет оснований предпочесть этот выбор обычному выбору $\Phi_n \equiv 0$ [Ojima, 1981; Умэдзава и др., 1985].

3. «Горячие» и «холодные» термополя

Итак, при конечной температуре в рамках термополевой динамики [Умэдзава и др., 1985] необходимо удвоить число степеней свободы, сопоставляя каждому физическому $\psi(x)$, или гейзенберговскому полю (ГП) $\Psi(x)$ его тильда-партнера $\tilde{\Psi}(x)$. Согласно [Умэдзава и др., 1985], полученная таким образом теория при $H[\Psi]=H_{0[\Psi]}(x^0)+$ $+H_{I[\Psi]}(x^0)$ будет определяться гамильтонианом

$$\hat{H}[\Psi, \tilde{\Psi}] = H[\Psi] - \tilde{H}[\tilde{\Psi}],$$

где $\tilde{H}[\tilde{\Psi}] = H^*[\tilde{\Psi}^*]$, так что для модели Тирринга [Dell'Antonio et al., 1972] $\tilde{H}_{I[\tilde{\Psi}]} = H_{I[\tilde{\Psi}]}$ и $\tilde{H}_{0[\tilde{\Psi}]} = -H_{0[\tilde{\Psi}]}$. Хотя подобная (4) подстановка для свободных безмассовых дираковских термополей $\chi(x) \mapsto \chi(x, \varsigma)$ также не меняет [Умэдзава и др., 1985] вид свободного оператора $\hat{H}_0[\chi, \tilde{\chi}] = H_0[\chi] - \tilde{H}_0[\tilde{\chi}]$, эти свободные поля, вообще говоря, не являются физическими полями данной квантовополевой модели [Gómez, Steer, 1999; Боголюбов и др., 1987], и каждый член $H[\Psi]$ в $\hat{H}[\Psi, \tilde{\Psi}]$ должен быть эквивалентен в слабом смысле [Умэдзава и др., 1985] свободному гамильтониану безмассовых (псевдо)скалярных полей ($\phi(x)$), $\varphi(x)$ и их тильда-партнеров уже при T=0. Для любого функционала $F[\Psi]$ от гейзенберговских полей в заданном представлении физических полей $\psi(x)$ для заданного динамического отображения (ДО) $\Psi(x)$=$\Upsilon[\psi(x)]$ [Умэдзава и др., 1985] при нулевой температуре. С использованием вакуумных средних (ВС) по термовакууму вида

$$\begin{aligned} &\langle 0(\varsigma)|F\left[\Psi(x)\right]|0(\varsigma)\rangle = \langle 0\tilde{0}|V_\vartheta F\left[\Psi(x)\right]V_\vartheta^{-1}|0\tilde{0}\rangle = \\ &= \langle 0\tilde{0}|\mathrm{F}\left[\mathrm{V}_\vartheta \Psi(x) V_\vartheta^{-1}\right]|0\tilde{0}\rangle \end{aligned} \tag{5}$$

приходим к следующему формальному отображению на холодные физические термополя:

$$\begin{aligned} &\Psi(x,[-]\varsigma) = V_\vartheta \Psi(x) V_\vartheta^{-1} = \\ &= \Upsilon\left[V_\vartheta \psi(x) V_\vartheta^{-1}\right] = \Upsilon\left[\psi(x,[-]\varsigma)\right], \end{aligned}$$

$$\psi(x,[-]\varsigma) = V_\vartheta \psi(x) V_\vartheta^{-1} \tag{6}$$

по существу с теми же коэффициентными функциями, что и в исходном ДО $\Psi(x)$=$\Upsilon[\psi(x)]$, что в отличие от работ [Ojima, 1981; Умэдзава и др., 1985] полностью переносит всю температурную зависимость с состояния термовакуума $|0(\varsigma)\rangle$ (1) на эти холодные физические термополя.

Однако для вычисления ВС (5) надо подставить в правые части (5), (6) выражения для холодных физических термополей (6) снова в терминах исходных физических полей $\psi(x)$ с помощью полученных из (6) их линейных комбинаций, аналогичных уравнениям (4) (но не тех же точно!), и вновь переупорядочить полученный оператор по исходным физическим полям $\psi(x)$. Эти же операции превращают формальное отображение (6) в зависящее от температуры ДО над «холодным» вакуумом $|0\tilde{0}\rangle$, и именно в таком смысле мы будем называть далее правую часть первого уравнения (6) новым ДО $\hat{\Upsilon}$ (и/или так же для $c(k^1) \mapsto b(k^1)$):

$$\begin{aligned} &\Psi(x,[-]\varsigma) = \Upsilon\left[\psi(x,[-]\varsigma)\right] = \Upsilon\left[V_\vartheta \psi(x) V_\vartheta^{-1}\right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \hat{\Upsilon}\left[[-]\varsigma; \psi(x)\right] = \hat{\Upsilon}\left[[-]\varsigma; c(k^1), \tilde{c}(k^1).\right] \end{aligned} \tag{7}$$

Напротив, стандартный способ вычислений [Ojima, 1981; Умэдзава и др., 1985] подразумевает подстановку обратных (4) линейных комбинаций физических полей $\psi(x)$=$V_\vartheta\psi(x,\ [+]\varsigma)\,V_\vartheta^{-1}$ в терминах горячих физических термополей, $\psi(x,\ [+]\varsigma)$=$V_\vartheta^{-1}\,(x)V_\vartheta$, определенных соотношениями (4), в левую часть уравнения (5) и переупорядочение полученного таким образом оператора по этому горячему физическому термополю над горячим термическим вакуумом $|0(\varsigma)\rangle$ (1). Те же операции дадут уже новое ДО $\hat{\Upsilon}$ для исходного ГП над этим горячим термовакуумом [Умэдзава и др., 1985]:

$$\begin{aligned} &\Psi(x) = \Upsilon[\psi(x)] = \Upsilon[V_\vartheta \psi(x,[+]\varsigma) V_\vartheta^{-1}] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \hat{\Upsilon}\left[[+]\varsigma; \psi(x,[+]\varsigma)\right] = \\ &= \hat{\Upsilon}\left[[+]\varsigma; c(k^1,[+]\varsigma), \tilde{c}(k^1,[+]\varsigma)\right]. \end{aligned}$$

Подчеркнем, что это поле не равно ГП $\Psi(x,[+]\varsigma) = V_\vartheta^{-1}\Psi(x)V_\vartheta$. Во избежание недоразумений [Amaral et al., 2005], следует отличать горячие и холодные ГП и физические термополя ψ (x, [±]ς) над соответствующими вакуумами.

Кинематическая независимость тильда-сопряженных полей $\tilde{\Psi}$:

$$\left\{\Psi_\xi(x), \tilde{\Psi}^\#_{\xi'}(y)\right\}|_{x^0=y^0} = 0,$$

$$\left\{\Psi_\xi(x), \tilde{\Psi}^\#_{\xi'}(y)\right\}|_{(x-y)^2<0} = 0$$

соответствует указанной выше независимости их гамильтонианов, а следовательно, и гейзенберговских уравнений (ГУ). Это позволяет сосредоточиться на решении только одного из них. Поскольку термополевые преобразования $V_{\vartheta(F)}$, $V_{\vartheta(B)}$ не зависят от координат и времени [Умэдзава и др., 1985], их можно применить непосредственно к этим соотношениям и ГУ модели Тирринга при нулевой температуре [Dell'Antonio et al., 1972; Amaral et al., 2005], что дает те же соотношения и ГУ, но теперь уже для нового ГП $\Psi(x,[\pm]\varsigma)$ вида (7)

$$i\partial_0 \Psi(x,\varsigma) = \left[E(P^1) + g\gamma^0\gamma_\nu J^\nu_{(\Psi)}(x,\varsigma)\right]\Psi(x,\varsigma)$$

или

$$\begin{aligned} &2\partial_\xi \Psi_\xi(x,\varsigma) = -igJ^{-\xi}_{(\Psi)}(x,\varsigma)\Psi_\xi(x,\varsigma), \\ &2\partial_\xi \tilde{\Psi}_\xi(x,\varsigma) = ig\tilde{J}^{-\xi}_{(\tilde{\Psi})}(x,\varsigma)\tilde{\Psi}_\xi(x,\varsigma) \end{aligned} \tag{8}$$

для каждой ξ-компоненты ГП, которые, в свою очередь, формально связаны с соответствующими компонентами гейзенберговского тока

$$\begin{aligned} &J^\xi_{(\Psi)}(x,\varsigma) = \\ &= J^0_{(\Psi)}(x,\varsigma) + \xi J^1_{(\Psi)}(x;\varsigma) \mapsto 2\Psi^\dagger_\xi(x,\varsigma)\Psi_\xi(x,\varsigma). \end{aligned}$$

Интегрирование этих ГУ вновь можно произвести с начальными условиями при t=0, последовательно повторив все шаги из работ [Amaral et al., 2005] для случая T=0. Исходя из условий сохранения гейзенберговских токов: $\partial_\xi J^\xi_{(\Psi)}(x,\varsigma) = 0$, ξ=±, мы вновь придем к условиям линеаризации в слабом (“w”) смысле [Amaral et al., 2005] для обоих ГУ уравнений (8):

$$\gamma^0\gamma_\nu J^\nu_{(\Psi)}(x,\varsigma) \overset{w}{\mapsto} \frac{\beta}{2\sqrt{\pi}}\gamma^0\gamma_\nu \hat{J}^\nu_{(\chi)}(x,\varsigma)$$

при

$$\hat{J}^\nu_{(\chi)}(x,\varsigma) = \lim_{\varepsilon,(\tilde{\varepsilon})\to 0} \hat{J}^\nu_{(\chi)}\left(x;\varepsilon(\tilde{\varepsilon}),\varsigma\right) \equiv : J^\nu_{(\chi)}(x,\varsigma):,$$

$$Z_{(\chi)}(a)=1, \tag{9}$$

где компоненты векторного тока, перенормированные далее нормальным упорядочением, определены швингеровской раздвижкой [Боголюбов и др., 1987] с вычитанием ВС по холодному вакууму:

$$\begin{aligned}&\hat{J}^{\nu}_{(\Psi)}(x;a,\varsigma)=Z^{-1}_{(\Psi)}(a)\times\\&\times\Big[\overline{\Psi}(x+a,\varsigma)\gamma^{\nu}\Psi(x,\varsigma)-\\&-\langle 0\tilde{0}|\overline{\Psi}(x+a,\varsigma)\gamma^{\nu}\Psi(x,\varsigma)|0\tilde{0}\rangle\Big],\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}&J^{0}_{(\Psi)}(x,\varsigma)\mapsto\lim_{\tilde{\varepsilon}\to0}\hat{J}^{0}_{(\Psi)}(x;\tilde{\varepsilon},\varsigma)=\hat{J}^{0}_{(\Psi)}(x,\varsigma),\\&J^{1}_{(\Psi)}(x,\varsigma)\mapsto\lim_{\varepsilon\to0}\hat{J}^{1}_{(\Psi)}(x;\varepsilon,\varsigma)=\hat{J}^{1}_{(\Psi)}(x,\varsigma),\end{aligned} \tag{11}$$

где $\tilde{\varepsilon}^0=\varepsilon^1\to0$ при $\tilde{\varepsilon}^1=\varepsilon^0>0$, $\varepsilon^2=-\tilde{\varepsilon}^2>0$ с константой перенормировки $Z_{(\Psi)}(a)$, указанной ниже. Линеаризация ГУ в представлении свободных физических полей $\chi(x,\ \varsigma)$ вновь приводит к тому, что для их решения достаточно бозонизации лишь для операторов свободных полей [Amaral et al., 2005]:

$$\begin{aligned}&\hat{J}^{\mu}_{(\chi)}(x,\varsigma)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\partial^{\mu}\varphi(x,\varsigma)=-\frac{1}{\sqrt{\pi}}\varepsilon^{\mu\nu}\partial_{\nu}\phi(x,\varsigma),\\&\hat{J}^{-\xi}_{(\chi)}(x,\varsigma)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\partial_{\xi}\varphi^{\xi}\left(x^{\xi},\varsigma\right).\end{aligned} \tag{12}$$

Бозонные термополя $\varphi(x,\ \varsigma)$ и $\phi(x,\ \varsigma)$ определены ниже в (19) как неэквивалентные представления безмассовых скалярных и псевдоскалярных полей – решений уравнения Клейна–Гордона:

$$\partial_{\mu}\partial^{\mu}\varphi(x,\varsigma)=0,\ \ \partial_{\mu}\partial^{\mu}\phi(x,\varsigma)=0.$$

Они выбираются взаимно дуальными и связаны симметричными интегральными соотношениями [Korenblit, Semenov, 2011] с функцией $\varepsilon(s)=sgn(s)$:

$$\left.\begin{matrix}\phi(x,\varsigma)\\\varphi(x,\varsigma)\end{matrix}\right\}=-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}dy^1\varepsilon\left(x^1-y^1\right)\partial_0\left\{\begin{matrix}\varphi\left(y^1,x^0,\varsigma\right),\\\phi\left(y^1,x^0,\varsigma\right)\end{matrix}\right. \tag{13}$$

при асимптотических условиях:

$$\begin{aligned}&\varphi(-\infty,x^0,\varsigma)+\varphi(\infty,x^0,\varsigma)=\phi(-\infty,x^0,\varsigma)+\\&+\phi(\infty,x^0,\varsigma)=0.\end{aligned}$$

Соответствующие сохраняющиеся заряды записываются в виде [Боголюбов и др., 1987; Korenblit, Semenov, 2011]:

$$\begin{aligned}&\left.\begin{matrix}O(\varsigma)\\O_5(\varsigma)\end{matrix}\right\}=\lim_{L\to\infty}\int_{-\infty}^{\infty}dy^1\Delta\left(\frac{y^1}{L}\right)\partial_0\left\{\begin{matrix}\varphi\left(y^1,x^0,\varsigma\right)\\\phi\left(y^1,x^0,\varsigma\right)\end{matrix}\right\}\overset{\Delta=1}{\Rightarrow}\\&\overset{\Delta=1}{\Rightarrow}\left\{\begin{matrix}\phi(-\infty,x^0,\varsigma)-\phi(\infty,x^0,\varsigma)\\\varphi(-\infty,x^0,\varsigma)-\varphi(\infty,x^0,\varsigma)\end{matrix}\right.\end{aligned} \tag{14}$$

и регуляризованы обрезанием по объему функцией $\Delta(y^1/L)$ с фурье-образом $\delta_L(k^1)$ (28) ниже. Правые ($\xi=-$) и левые ($\xi=+$) термополя $\varphi^{\xi}(x^{\xi},\ \varsigma)$ и их заряды $Q^{\xi}(\varsigma)$ определяются аналогично [Боголюбов и др., 1987; Korenblit, Semenov, 2011] линейными комбинациями при $\xi=\pm$:

$$\begin{aligned}&\varphi^{\xi}\left(x^{\xi},\varsigma\right)=\frac{1}{2}\left[\varphi(x,\varsigma)-\xi\phi(x,\varsigma)\right],\\&Q^{\xi}(\varsigma)=\frac{1}{2}\left[O(\varsigma)-\xi O_5(\varsigma)\right]=\pm2\varphi^{\xi}\left(x^0\pm\infty,\varsigma\right).\end{aligned} \tag{15}$$

Эти поля подчиняются не зависящим от температуры коммутационным соотношениям [Боголюбов и др., 1987]:

$$\begin{aligned}&\left[\varphi(x,\varsigma),\partial_0\varphi(y,\varsigma)\right]|_{x^0=y^0}=\\&=\left[\phi(x,\varsigma),\partial_0\phi(y,\varsigma)\right]|_{x^0=y^0}=i\delta(x^1-y^1),\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}&\left[\varphi(x,\varsigma),\varphi(y,\varsigma)\right]=\left[\phi(x,\varsigma),\phi(y,\varsigma)\right]=\\&=-i\frac{\varepsilon(x^0-y^0)}{2}\theta\left((x-y)^2\right),\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}&\left[\varphi^{\xi}\left(s,\varsigma\right),\varphi^{\xi'}\left(\tau,\varsigma\right)\right]=-\frac{i}{4}\varepsilon(s-\tau)\delta_{\xi,\xi'},\\&\left[\varphi^{\xi}(s,\varsigma),Q^{\xi'}(\varsigma)\right]=\frac{i}{2}\delta_{\xi,\xi'}.\end{aligned} \tag{18}$$

Аналогичные коммутационные соотношения имеют место и для их тильда-партнеров, которые остаются кинематически независимыми и при конечной температуре: $[A(\varsigma),\tilde{B}(\varsigma)]=0$, т. е. различие горячих и холодных физических термополей здесь не проявляется. Нарушение условий кинематической независимости тильда-партнеров и различие горячих и холодных физических термополей возникает при переходе к частотным частям соответствующих полей $\varphi^{\xi(\pm)}(x^{\xi},\ \varsigma)$ и их зарядов $Q^{\xi(\pm)}(\varsigma)$ и проявляется в коммутаторах положительно (+) и отрицательно (–) частотных частей, определенных операторами уничтожения/ рождения псевдоскалярного поля [Korenblit, Semenov, 2011]:

$$\begin{aligned}&Pc(k^1)P^{-1}=-c(-k^1),\ \ c(k^1)|0\rangle=0,\\&[c(k^1),c^{\dagger}(q^1)]=2\pi2k^0\delta(k^1-q^1)\end{aligned}$$

над исходным холодным вакуумом $|0\tilde{0}\rangle$:

$$c(k^1)|0\tilde{0}\rangle=\tilde{c}(k^1)|0\tilde{0}\rangle=0$$

для обоих (горячих [+] и холодных [–]) термополей в виде

$$\begin{aligned}&|0(\varsigma)\rangle=V^{-1}_{\vartheta(B)}|0\tilde{0}\rangle\equiv V_{(B)}[-\vartheta]|0\tilde{0}\rangle,\\&\tanh^2\vartheta=e^{-\varsigma k^0},\ \ \vartheta=\vartheta(k^1;\varsigma),\\&\varphi(x;[\pm]\varsigma)=V^{\mp1}_{\vartheta(B)}\varphi(x)V^{\pm1}_{\vartheta(B)}\Rightarrow\\&\Rightarrow\varphi^{(+)}(x;[\pm]\varsigma)+\varphi^{(-)}(x;[\pm]\varsigma)\end{aligned} \tag{19}$$

и так же для всех остальных полей $\phi(x)$, $\varphi^{\xi}(x^{\xi})$, Q^{ξ}, с соответствующими разложениями Фурье и коммутаторами. Здесь и далее мы заключаем каждый из ± в соответствующие скобки (±) или [±], и полагаем:

$$\begin{aligned}&k^0=|k^1|,\ \ \varphi^{\xi(-)}\left(x^{\xi};[\pm]\varsigma\right)=\left\{\varphi^{\xi(+)}\left(x^{\xi};[\pm]\varsigma\right)\right\}^{\dagger},\\&\tilde{\varphi}^{\xi(-)}\left(x^{\xi};[\pm]\varsigma\right)=\left\{\tilde{\varphi}^{\xi(+)}\left(x^{\xi};[\pm]\varsigma\right)\right\}^{\dagger},\end{aligned}$$

$$\varphi^{\xi(+)}\left(x^{\xi};[\pm]\varsigma\right)=-\frac{\xi}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk^1}{2k^0}\theta\left(-\xi k^1\right)\times$$
$$\times\left[\cosh\vartheta c\left(k^1\right)e^{-ik^0x^{\xi}}\mp\sinh\vartheta\tilde{c}\left(k^1\right)e^{ik^0x^{\xi}}\right], \qquad (20)$$

$$\tilde{\varphi}^{\xi(+)}\left(x^{\xi};[\pm]\varsigma\right)=-\frac{\xi}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk^1}{2k^0}\theta\left(-\xi k^1\right)\times$$
$$\times\left[\cosh\vartheta\tilde{c}\left(k^1\right)e^{ik^0x^{\xi}}\mp\sinh\vartheta c\left(k^1\right)e^{-ik^0x^{\xi}}\right], \qquad (21)$$

$$Q^{\xi(+)}([\pm]\varsigma)=\lim_{L\to\infty}i\frac{\xi}{2}\int_{-\infty}^{\infty}dk^1\theta\left(-\xi k^1\right)\times$$
$$\times\left[\cosh\vartheta c\left(k^1\right)e^{-ik^0\hat{x}^0}\pm\sinh\vartheta\tilde{c}\left(k^1\right)e^{ik^0\hat{x}^0}\right]\times$$
$$\times\delta_L\left(k^1\right), \qquad (22)$$

$$\tilde{Q}^{\xi(+)}([\pm]\varsigma)=\lim_{L\to\infty}-i\frac{\xi}{2}\int_{-\infty}^{\infty}dk^1\theta\left(-\xi k^1\right)\times$$
$$\times\left[\cosh\vartheta\tilde{c}\left(k^1\right)e^{ik^0\hat{x}^0}\pm\sinh\vartheta c\left(k^1\right)e^{-ik^0\hat{x}^0}\right]\times$$
$$\times\delta_L\left(k^1\right). \qquad (22a)$$

$$Q^{\xi(-)}([\pm]\varsigma)=\left\{Q^{\xi(+)}([\pm]\varsigma)\right\}^{\dagger},$$
$$\tilde{Q}^{\xi(-)}([\pm]\varsigma)=\left\{\tilde{Q}^{\xi(+)}([\pm]\varsigma)\right\}^{\dagger}. \qquad (22b)$$

Возникшая фиктивная $\hat{x}^0$-зависимость частотных частей зарядов является артефактом объемной регуляризации (14) и должна автоматически исчезать в конце вычислений.

Для горячих [+] термополей имеем известное выражение для двухточечной функции в виде

$$\langle 0(\varsigma)|\varphi^{\xi}(s;[+]\varsigma)\varphi^{\xi'}(\tau;[+]\varsigma)|0(\varsigma)\rangle=$$
$$=\langle 0|\varphi^{\xi}(s)\varphi^{\xi'}(\tau)|0\rangle=$$
$$=\left[\varphi^{\xi(+)}(s),\varphi^{\xi'(-)}(\tau)\right]=\frac{\delta_{\xi,\xi'}}{i}D^{(-)}(s-\tau). \qquad (23)$$

Здесь $D^{(-)}(s)=\lim_{\varsigma\to\infty}D^{(-)}(s,\varsigma;\mu_1)$ при

$$i\left[\varphi^{\xi(\pm)}\left(s;[\pm]\varsigma\right),\varphi^{\xi'(\mp)}\left(\tau;[\pm]\varsigma\right)\right]=$$
$$=(\pm1)\delta_{\xi,\xi'}D^{(-)}(\pm(s-\tau),\varsigma;\mu_1),$$

и для обоих термополей:

$$\langle 0\tilde{0}|\varphi^{\xi}(s;[\pm]\varsigma)\varphi^{\xi'}(\tau;[\pm]\varsigma)|0\tilde{0}\rangle=$$
$$=\left[\varphi^{\xi(+)}(s;[\pm]\varsigma),\varphi^{\xi'(-)}(\tau;[\pm]\varsigma)\right],$$
$$\left[\varphi^{\xi(\pm)}\left(s;[\pm]\varsigma\right),\varphi^{\xi'(\mp)}\left(\tau;[\pm]\varsigma\right)\right]=$$
$$=(\mp1)\frac{1}{4\pi}\delta_{\xi,\xi'}\times$$
$$\times\left\{\ln\left(i\bar{\mu}\frac{\varsigma}{\pi}\sinh\left(\frac{\pi}{\varsigma}(\pm(s-\tau)-i0)\right)\right)-g\left(\varsigma,\mu_1\right)\right\}, \qquad (24)$$

$$\left[\varphi^{\xi(\pm)}(s;[\pm]\varsigma),Q^{\xi'(\mp)}([\pm]\varsigma)\right]=$$
$$=\delta_{\xi,\xi'}\left[\frac{i}{4}-(\pm1)\left(\frac{\hat{x}^0-s}{2\varsigma}\right)\right],$$

$$\left[Q^{\xi(\pm)}([\pm]\varsigma),Q^{\xi'(\mp)}([\pm]\varsigma)\right]=(\pm1)a_1\delta_{\xi,\xi'}, \qquad (25)$$

$$\left[\varphi^{\xi(\pm)}(s;[\pm]\varsigma),\tilde{Q}^{\xi'(\mp)}([\pm]\varsigma)\right]=$$
$$=(\pm1)[\pm1]\delta_{\xi,\xi'}\left(\frac{\hat{x}^0-s}{2\varsigma}\right),$$

$$\left[Q^{\xi(\pm)}([\pm]\varsigma),\tilde{Q}^{\xi'(\mp)}([\pm]\varsigma)\right]=(\pm1)[\mp1]a_2\delta_{\xi,\xi'}, \qquad (26)$$

где введены функции со следующими свойствами при $\bar{\mu}=\mu\, e^{C_Э}$, $\bar{\mu}_1=\mu_1 e^{C_Э}\to 0$:

$$g\left(\varsigma,\mu_1\right)=\int_{\mu_1}^{\infty}\frac{dk^1}{k^0}\left(\frac{2}{e^{\varsigma k^0}-1}\right)\Rightarrow\frac{2}{\varsigma\mu_1}-\ln\left(\frac{2\pi}{\varsigma\bar{\mu}_1}\right),$$
$$\lim_{\varsigma\to\infty}g\left(\varsigma,\mu_1\right)=0, \qquad (27)$$

$$\delta_L\left(k^1\right)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx^1}{2\pi}\Delta\left(\frac{x^1}{L}\right)e^{\pm ik^1x^1}=L\bar{\Delta}\left(k^1L\right),$$
$$\lim_{L\to\infty}\delta_L\left(k^1\right)=\delta\left(k^1\right),$$
$$a_0=\pi\int_0^{\infty}dk^1k^1\left(\delta_L(k^1)\right)^2=\pi I_1^{\Delta},$$
$$I_n^{\Delta}=\int_0^{\infty}dtt^n\left(\bar{\Delta}(t)\right)^2,$$

$$a_1=a_0+2\pi\int_0^{\infty}dk^1k^1\frac{\left(\delta_L(k^1)\right)^2}{e^{\varsigma k^0}-1}=$$
$$=a_0+2\pi\int_0^{\infty}dtt\frac{(\bar{\Delta}(t))^2}{e^{\varsigma t/L}-1}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2\pi I_0^{\Delta}\frac{L}{\varsigma}+\frac{\pi}{6}I_2^{\Delta}\frac{\varsigma}{L}+O\left(\left(\frac{\varsigma}{L}\right)^3\right),\ \lim_{\varsigma\to\infty}a_1=a_0, \qquad (28)$$

$$a_2=\pi\int_0^{\infty}dk^1k^1\frac{\left(\delta_L(k^1)\right)^2}{\sinh(\varsigma k^0/2)}=\pi\int_0^{\infty}dtt\frac{(\bar{\Delta}(t))^2}{\sinh\left(t\varsigma/2L\right)}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2\pi I_0^{\Delta}\frac{L}{\varsigma}-\frac{\pi}{12}I_2^{\Delta}\frac{\varsigma}{L}+O\left(\left(\frac{\varsigma}{L}\right)^3\right),\ \lim_{\varsigma\to\infty}a_2=0, \qquad (29)$$

Здесь $L\to\infty$, $C_Э$ – константа Эйлера–Маскерони. Можно показать [Korenblit, Semenov, 2011], что для любой разумной регуляризации разность a_1-a_2 не зависит от L при $L\to\infty$, а если a_0 конечно, как для всюду непрерывной, кусочно гладкой $\Delta(x^1/L)$, то $a_1-a_2\to 0$.

Следуя [Боголюбов и др., 1987], из введенных выше бозе-полей можно построить различные неэквивалентные представления решений уравне-ния Дирака для свободного безмассового пробного физического поля при конечной температуре, $\partial_{\xi}\chi_{\xi}(x^{-\xi},\varsigma)=0$ в виде локальных нормально упорядоченных экспонент левых и правых бозонных термополей $\varphi^{\xi}(x^{\xi},\varsigma)$ и их зарядов $Q^{\xi}(\varsigma)$. Кинематической неза-висимости тильда-партнеров можно добиться лишь путем «подмешивания» клейновских факторов, включающих и заряды $\tilde{Q}^{\xi}(\varsigma)$, $\tilde{Q}^{-\xi}(\varsigma)$. Искомое термополе должно быть также определено в термодинамическом пределе $L\to\infty$ при $T>0$ согласно указанному выше смыслу макроскопического параметра L и приводить к соотношениям бозонизации (12) для перенормированных, нормально упорядоченных токов (10), (11) полей $\chi(x,\ \varsigma)$, при $Z_{(\chi)}(a)=1$. Простейший вариант такого поля для $a_1-a_2\to 0$ при $L\to\infty$ имеет вид:

$$\chi_{\xi}(x^{-\xi};[\pm]\varsigma)=N_{\varphi}\left(\exp\left\{R_{\xi}(x^{-\xi};[\pm]\varsigma)\right\}\right)\times \\ \times u_{\xi}\left(\mu_1,[\pm]\varsigma\right), \tag{30}$$

$$R_{\xi}(x^{-\xi};[\pm]\varsigma)=-i2\sqrt{\pi}\times \\ \times\left[\varphi^{-\xi}\left(x^{-\xi};[\pm]\varsigma\right)+\mathrm{G}^{-\xi}\times\right. \\ \left.\times([\pm]\varsigma)\sigma_0^{\xi}/4+\mathrm{G}^{\xi}([\pm]\varsigma)\sigma_1^{\xi}/4\right], \tag{31}$$

$$u_{\xi}\left(\mu_1,[\pm]\varsigma\right)=\left(\bar{\mu}/2\pi\right)^{1/2}e^{i\varpi-i\xi\Theta/4}\exp\left\{-g(\varsigma,\mu_1)/2\right\}$$

при

$$\sigma_0^{\xi}=-\xi\sigma,\ \sigma_1^{\xi}=\xi 1+\rho. \tag{32}$$

Здесь ϖ и Θ – произвольные общая и относительная фазы, а параметры σ и ρ определяются антикоммутационными соотношениями (КАС) (40) и условиями кинематической независимости. Введены новые заряды, имеющие, согласно (25), (26), простые соотношения коммутации:

$$\mathrm{G}^{\xi}([\pm]\varsigma)=Q^{\xi}([\pm]\varsigma)+[\pm 1]\tilde{Q}^{\xi}([\pm]\varsigma),$$

$$\left[\mathrm{G}^{\xi(\pm)}([\pm]\varsigma),\mathrm{G}^{\xi'(\mp)}([\pm]\varsigma)\right]= \\ =(\pm 1)2(a_1-a_2)\delta_{\xi,\xi'}, \tag{33}$$

$$\left[\varphi^{\xi(\pm)}(s;[\pm]\varsigma),\mathrm{G}^{\xi'(\mp)}([\pm]\varsigma)\right]=\frac{i}{4}\delta_{\xi,\xi'},$$

$$\left[\varphi^{\xi(\pm)}(s;[\pm]\varsigma),\tilde{\mathrm{G}}^{\xi'(\mp)}([\pm]\varsigma)\right]=[\pm 1]\frac{i}{4}\delta_{\xi,\xi'}, \tag{34}$$

$$\left[\mathrm{G}^{\xi(\pm)}([\pm]\varsigma),\tilde{\mathrm{G}}^{\xi'(\mp)}([\pm]\varsigma)\right]= \\ =(\pm 1)[\pm 1]2(a_1-a_2)\delta_{\xi,\xi'}. \tag{35}$$

Следуя далее предыдущей работе [Korenblit, Semenov, 2011], получаем нормально упорядоченную экспоненту ДО для поля Тирринга в пределе $L\to\infty$ в форме, аналогичной [Боголюбов и др., 1987; Korenblit, Semenov, 2011] (см. детали в [Korenblit, Semenov, 2011]), где Λ – ультрафиолетовое обрезание, и $\Sigma_0^{\xi}=\bar{\alpha}\sigma_0^{\xi}-\bar{\beta}\sigma_1^{\xi}$, $\Sigma_1^{\xi}=\bar{\alpha}\sigma_1^{\xi}-\bar{\beta}\sigma_0^{\xi}$:

$$\Psi_{\xi}(x;[\pm]\varsigma)=N_{\varphi}\left(\exp\left\{\mathfrak{R}_{\xi}(x;[\pm]\varsigma)\right\}\right)\times \\ \times w_{\xi}\left(\mu_1,\varsigma\right), \tag{36}$$

$$\mathfrak{R}_{\xi}(x;[\pm]\varsigma)=-i\left[\Xi^{-\xi}(x;[\pm]\varsigma)+\right. \\ \left.+\mathrm{G}^{-\xi}([\pm]\varsigma)\Sigma_0^{\xi}/4+\mathrm{G}^{\xi}([\pm]\varsigma)\Sigma_1^{\xi}/4\right], \tag{37}$$

$$\Xi^{-\xi}(x;[\pm]\varsigma)=\bar{\alpha}\varphi^{-\xi}(x^{-\xi};[\pm]\varsigma))+\bar{\beta}\varphi^{\xi}(x^{\xi};[\pm]\varsigma)),$$

$$w_{\xi}(\mu_1,\varsigma)=\left(\bar{\mu}/2\pi\right)^{1/2}\left(\bar{\mu}/\Lambda\right)^{\bar{\beta}^2/4\pi}e^{i\varpi-i\xi\Theta/4}\times \\ \times\exp\left\{-g(\varsigma,\mu_1)\left[1/2+\bar{\beta}^2/4\pi\right]\right\} \tag{38}$$

при

$$\sigma_0^{\xi}=-\xi\sigma\Rightarrow\xi(2\ell+1),$$

$$\sigma_1^{\xi}=\xi 1+\rho\Rightarrow\xi 1+(2n+1), \tag{39}$$

где ℓ, n – целые числа.

При этом условия, обеспечивающие правильные трансформационные свойства при преобразованиях Лоренца для спина 1/2 и выполнение КАС (40) соответственно, вновь налагают связи на введенные параметры $\bar{\alpha}^2-\bar{\beta}^2=4\pi$, $\bar{\beta}-\beta g/2\pi=0$. Найденные условия (39) обеспечивают выполнение (40), локальность, кинематическую независимость одновременно для свободных (30) и тирринговских термополей (36) и их тильда-партнеров независимо. А непосредственное вычисление перенормированных операторов векторного тока (10), (11) для решения (36)–(39) при $Z_{(\Psi)}(a)=(-\Lambda^2a^2)^{-\bar{\beta}^2/4\pi}$, $Z_{(\chi)}(a)=1$ с учетом соотношений (18)–(29) воспроизводит немедленно соотношения бозонизации и линеаризации (9), (12) в виде следующих слабых равенств:

$$\hat{J}^{\nu}_{(\Psi)}(x,\varsigma)\overset{w}{=}-\left(\beta/2\pi\right)\varepsilon^{\mu\nu}\partial_{\nu}\phi(x,\varsigma)\overset{w}{=} \\ \overset{w}{=}\left(\beta/2\sqrt{\pi}\right)\hat{J}^{\nu}_{(\chi)}(x,\varsigma),$$

вновь фиксирующих эту же связь [Korenblit, Semenov, 2011] между параметрами в виде: $\bar{\alpha}=\left(2\pi/\beta+\beta/2\right)$, $\bar{\beta}=\left(2\pi/\beta-\beta/2\right)$ при $2\sqrt{\pi}/\beta=\sqrt{1+g/\pi}$, что демонстрирует самосогласованность приведенных вычислений. Полученная нормальная форма термополя модели Тирринга (36)–(39) определяет величину $Z_{(\Psi)}(a)$ и в качестве константы перенормировки ГП Ψ, задавая этим его динамическую размерность $\mathrm{d}_{(\Psi)}=1/2+\bar{\beta}^2/4\pi$ [Dell'Antonio et al., 1972]:

$$\left\{\Psi_{\xi}(x,\varsigma),\Psi^{\dagger}_{\xi'}(y,\varsigma)\right\}\Big|_{x^0=y^0}= \\ =\left[\Lambda^2(x^1-y^1)^2\right]^{-\bar{\beta}^2/4\pi}\delta_{\xi,\xi'}\delta\left(x^1-y^1\right), \tag{40}$$

$Z_{(\Psi)}\big|_{x^0=y^0}\to 1$ при $x^1-y^1\cong 1/\Lambda$. При $T=0$ это решение дает двухпараметрическое обобщение известного решения Оксака [Боголюбов и др., 1987] с произвольными параметрами преобразования конформного сдвига [Боголюбов и др., 1987; Korenblit, Semenov, 2011] σ и ρ в (39). Несмешанное ρ-точечное ВС для полученного температурного ГП модели Тирринга (36) при

$$l_i\mathfrak{R}_{\xi_i}(x_i;[\pm]\varsigma)\mapsto R_i,$$

где $l=+1$ для Ψ, $l=-1$ для $\Psi^{\dagger}$ при

$$\sum_{i=1}^{p} l_i \equiv \Omega, \ \sum_{i=1}^{p} l_i \xi_i \equiv \Omega_5,$$

$$\Gamma_{\pm} = \ln \bar{\mu} - g\left(\varsigma, \mu_1\right) - (a_1 - a_2)\frac{\pi}{2}\Big[(1 \pm \sigma)^2 +$$

$$+\left(\beta^2/4\pi\right)^{\pm 2} \rho^2 \Big],$$

имеет вид

$$\left(\Lambda^{\bar{\beta}^2/4\pi}\sqrt{2\pi}\right)^p \left\langle 0 \left| \prod_{i=1}^{p} \Psi_{\xi_i}^{(l_i)}\left(x_i;[\pm]\varsigma\right) \right| 0 \right\rangle =$$

$$= \exp\left\{-(a_1 - a_2)\frac{\pi}{4}\rho\left[\frac{4\pi}{\beta^2}(1+\sigma) + \frac{\beta^2}{4\pi}(1-\sigma)\right]\Omega\Omega_5\right\} \times$$

$$\times \exp\left\{\Gamma_+ \Omega^2 \left(\pi/\beta^2\right)\right\} \exp\left\{\Gamma_- \Omega_5^2 \left(\beta^2/16\pi\right)\right\} \times$$

$$\times \exp\left\{i\varpi \ \ \Omega - i\Theta\Omega_5/4\right\} \times$$

$$\times \left\langle 0 \left| N_{\varphi}\left\{\exp\left(\sum_{j=1}^{p} R_j\right)\right\} \right| 0 \right\rangle \times$$

$$\times \prod_{i<k}^{p} \left\{ e^{i\pi\left(\xi_i - \xi_k\right)} \left[\frac{\sinh\left(\pi(x_i^- - x_k^- - i0)/\varsigma\right)}{\sinh\left(\pi(x_i^+ - x_k^+ - i0)/\varsigma\right)}\right]^{\xi_i + \xi_k} \times \right.$$

$$\times \Big[\left(i\varsigma/\pi\right)^2 \sinh\left(\pi(x_i^- - x_k^- - i0)/\varsigma\right) \sinh\left(\pi(x_i^+ -\right.$$

$$\left.\left. - x_k^+ - i0)/\varsigma\right)\Big]^{\left(4\pi/\beta^2\right) + \xi_i \xi_k \left(\beta^2/4\pi\right)} \right\}^{l_i l_k/4}, \tag{41}$$

в котором зависимость от σ, ρ (39) исчезает при $L \to \infty$ и лишь учет обоих правил суперотбора [Боголюбов и др., 1987] $\Omega=0$, $\Omega_5=0$ удаляет все инфракрасные расходимости, оставляя лишь произведение фигурных скобок по $i<k\leq p$, предел которого при $T \to 0$ в (41) совпадает с известным ВС из [Боголюбов и др., 1987].

Заключение

Основные выводы данной работы состоят в следующем. Вполне определенное ГП – это полностью нормально упорядоченный оператор в смысле ДО лишь на неприводимый набор физических полей. Только эта форма прозрачно обеспечивает правильные свойства перенормировки, коммутации и симметрии, вскрывая простые связи между различными типами решений при нулевой и конечной температуре. Линеаризация ГУ и нелинейность ДО позволяют обойти запрет теоремы Хаага на начальное условие при $t=0$ [Amaral et al., 2005]. Выбор представления в пространстве свободных безмассовых псевдоскалярных полей ослабляет проблему неположительности метрики, индуцированной их функцией Вайтмана $D^{(-)}$ [Korenblit, Semenov, 2011]. В отличие от последних работ [Amaral et al., 2005] произвольность регуляризации зарядов и учет всех их коммутационных соотношений с термополями позволили однозначно зафиксировать удвоение числа степеней свободы, самосогласованно удалив все фиктивные нефизические зависимости, и выявить новые источники и важную роль правил суперотбора [Korenblit, Semenov, 2011].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Боголюбов Н.Н., Логунов А.А., Оксак А.И., Тодоров И.Т. Общие принципы квантовой теории поля. М.: Наука, 1987. 616 с.

Квасников И.А. Статистическая физика. М.: УРСС, 2002. Т. 2. 429 с.

Липкин Г. Квантовая механика. М.: Мир, 1977. 592 с.

Переломов А.М. Обобщенные когерентные состояния и их применения. М.: Наука, 1987. 273 с.

Рубаков В.А. Классические калибровочные поля. Теории с фермионами. М.: УРСС, 2005. 236 с.

Умэдзава Х., Мацумото Х., Татики М. Термополевая динамика и конденсированные состояния. М.: Мир, 1985. 509 с.

Amaral R.L.P.G., Belvedere L.V., Rothe K.D. Two-dimensional thermofield bosonization // Ann. Phys. 2005. V. 320. P. 399–428.

Dell'Antonio G.F., Frishman Y., Zwanziger D. Thirring model in terms of currents: Solution and light-cone expansions // Phys. Rev. 1972. V. D6. P. 988–1007.

Gómez N.A., Steer D. Thermal bosonization in the sine-Gordon and massive Thirring models // Nucl. Phys. 1999. V. B 549. P. 409–449.

Korenblit S.E., Semenov V.V. Massless Thirring model in canonical quantization scheme // J. Nonlin. Math. Phys. 2011. V. 18, N 1. P. 65–74. (arXiv: hep-th/1003.1439 v.2).

Korenblit S.E., Semenov V.V. On fermionic tilde conjugation rules and thermal bosonization. Hot and cold thermofields // Phys. Part. Nucl. Lett. 2011. V. 8, N 7. P. 1–7. (arXiv: hep-th/1109.2278).

Ojima I. Gauge fields at finite temperatures: Thermofield dynamics, KMS condition and their extension to gauge theories // Ann. Phys. 1981. V. 137. P 1–32.

Иркутский государственный университет, Иркутск