

УДК 539.12, 539.121.4

## БАРИОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ СО СПИНОМ $J=3/2$ И ЭФФЕКТЫ СМЕШИВАНИЯ

<sup>1</sup>А.Е. Калошин, <sup>1</sup>Е.А. Кобелева, <sup>2</sup>В.П. Ломов

## BARYON RESONANCES WITH SPIN $J=3/2$ AND MIXING EFFECTS

<sup>1</sup>A.E. Kaloshin, <sup>1</sup>E.A. Kobeleva, <sup>2</sup>V.P. Lomov

В данной работе мы рассматриваем смешивание фермионных полей разной четности. В этой работе мы продолжаем исследование смешивания фермионных полей разной четности. Первые этапы работы были проведены ранее в работах [2,11]. Здесь нас интересует проявление эффекта смешивания фермионных полей разной четности в пион-нуклонном рассеянии. Мы детально анализируем проявление этого эффекта для системы с частицами со спином  $3/2 \pm$  и сравниваем теоретические расчеты с экспериментальными данными парциального анализа.

In this paper we consider the mixing of fermion fields of different parity. In this paper, we continue to study the mixing of fermion fields with different parity. The first stages of the work were carried out earlier in [2.11]. Here we are interested in mixing effect a manifestation of fermionic fields with different parity in pion-nucleon scattering. We analyze in detail the manifestation of this effect for systems with particles with spin  $3/2 \pm$ , and compare theoretical calculations with experimental data of the partial analysis.

### Введение

Мы рассматриваем специфическое для фермионов смешивание, когда на петлевом уровне смешиваются два поля противоположной четности при сохранении четности в вершине. Здесь полезным техническим приемом является переход к немассовым проекционным операторам. После этого дело сводится к изучению коэффициентов при проекционных операторах. Такая возможность для смешивания фермионов была отмечена в [1, 2, 8–11], в настоящей работе мы исследуем подробности этого эффекта в приложении к барионным резонансам.

### Смешивание в системе барионов $3/2$

Рассмотрим детально проявление эффекта смешивания полей разной четности в парциальных волнах  $P_{13}$ ,  $D_{13}$   $\pi N$ -рассеяния [5]. Выпишем феноменологический лагранжиан взаимодействия частиц спина  $3/2$  с  $\pi N$  системой.

$$L = g_{R,\pi} \bar{\Psi}_\mu(x) \Psi(x) \cdot \partial_\nu \phi(x) + h.c. \text{ для } J^P = 3/2 \quad (1)$$

$$L = i g_{R,\pi} \bar{\Psi}_\mu(x) \gamma^5 \Psi(x) \cdot \partial_\nu \phi(x) + h.c. \text{ для } J^P = 3/2 \quad (2)$$

Здесь  $\Psi_\mu$  – вектор-спинорное поле Рариты-Швингера, изотопические индексы опущены [8–10]. Нас интересует резонансный вклад, точнее, вклад ведущего спина  $s = 3/2$ .

Пропагатор поля Рариты-Швингера имеет вид (см. подробности в [1, 9, 10]):

$$G^{\mu\nu}(p) = P_1^{\mu\nu} \cdot \overline{G}_1(W) + P_2^{\mu\nu} \cdot \overline{G}_2(W) + (s+1/2 \text{ contribution}), \quad (3)$$

где элементы базиса:

$$P_1^{\mu\nu} = \Lambda^+ P_{3/2}^{\mu\nu}, \quad P_2^{\mu\nu} = \Lambda^- P_{3/2}^{\mu\nu}. \quad (4)$$

Оператор  $P_{3/2}$  выглядит так:

$$P_{3/2}^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - n_1^\mu n_1^\nu - n_2^\mu n_2^\nu, \quad (5)$$

где введены единичные вектора, ортогональные между собой:

$$n_1^\mu = \frac{1}{\sqrt{3}p^2} (-p^\mu + \gamma^\mu \hat{p}), \quad n_2^\mu = \frac{p^\mu}{\sqrt{p^2}}, \quad (6)$$

$$(n_i \cdot n_j) = \delta_{ij}.$$

При наличии нарушения четности или при рассмотрении смешивания полей разной четности базис в секторе  $s = 3/2$  надо дополнить элементами, содержащими  $\gamma^5$ :

$$\begin{aligned} Q_1^{\mu\nu} &= P_1^{\mu\nu}, \quad Q_2^{\mu\nu} = P_2^{\mu\nu}, \\ Q_3^{\mu\nu} &= P_1^{\mu\nu} \gamma^5, \quad Q_4^{\mu\nu} = P_2^{\mu\nu} \gamma^5, \end{aligned} \quad (7)$$

Пусть мы имеем два поля  $\Psi^\mu$  разной четности. При учете унитарного смешивания одетый пропагатор имеет вид:

$$G^{\mu\nu}(p) = \sum_{M=1}^4 Q_M^{\mu\nu} \cdot G_M(W) + (s=1/2 \text{ contributions}), \quad (8)$$

где  $G_M(W)$  представляют собой матрицы размерности 2 – решения матричного уравнения Дайсона-Швингера. Так как мультипликативные свойства операторов  $Q_M^{\mu\nu}$  полностью совпадают со свойствами соответствующих операторов спина – 1/2, то дальнейшие вычисления повторяют случай  $s = 1/2$ . В результате матрицы  $G_M(W)$  выглядят точно так же, как и для спина  $-1/2$  [1, 2, 11].

Матрица амплитуд имеет вид:

$$T = \bar{u}(p_2, s_2) R u(p_1, s_1), \quad (9)$$

где матрица  $R$  построена из матричного пропагатора и вершинных матриц:

$$R = -V^T \times \left( \sum_{M=1}^4 k_2^\mu Q_M^{\mu\nu} k_1^\nu \cdot G_M(W) \right) \times V. \quad (10)$$

Вершинная матрица в двухканальном ( $\pi N$ ,  $\eta N$ ) приближении выглядит так:

$$V = \begin{pmatrix} g_{1,\pi} \gamma^5 & g_{1,\eta} \gamma^5 \\ i g_{2,\pi} & i g_{2,\eta} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Собственно-энергетическая часть:

$$\Sigma^{\mu\nu} = -V \begin{pmatrix} \hat{\Sigma}_\pi^{\mu\nu} & 0 \\ 0 & \hat{\Sigma}_\eta^{\mu\nu} \end{pmatrix} V^T + \text{subtraction}, \quad (12)$$

выражается через стандартные петлевые функции, соответствующие одному из каналов. Процедура вычитания описана в [11]. Для  $\pi N$  канала стандартная функция имеет вид:

$$\hat{\Sigma}_\pi^{\mu\nu} = -i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{k^\mu k^\nu}{(\hat{p} - \hat{k} - m_N)(k^2 - m_\pi^2)} =$$

$$= Q_1^{\mu\nu} \cdot \hat{\Sigma}_\pi^1 + Q_2^{\mu\nu} \cdot \hat{\Sigma}_\pi^2 + (s = 1/2 \text{ contributions}) \quad (13)$$

и аналогично для  $\eta N$  канала. Альтернативное разложение петли:

$$\hat{\Sigma}_\pi^{\mu\nu} = (A_\pi(p^2) + \hat{p} B_\pi(p^2)) P_{3/2}^{\mu\nu} + (s = 1/2 \text{ contribution}) \quad (14)$$

причем:

$$\hat{\Sigma}_\pi^1(W) = A_\pi(W^2) + W B_\pi(W^2),$$

$$\hat{\Sigma}_\pi^{21}(W) = A_\pi(W^2) - W B_\pi(W^2), \quad (15)$$

Мнимые части:

$$\text{Im } A_\pi = -\frac{|p_\pi|^3 m_N}{24\pi W},$$

$$\text{Im } B_\pi = -\frac{|p_\pi|^3 (W^2 + m_N^2 - m_\pi^2)}{48\pi W^3}, \quad (16)$$

и, следовательно,

$$\text{Im } \hat{\Sigma}_\pi^1 = -\frac{|p_\pi|^3 (E_1 + m_N)}{24\pi W},$$

$$\text{Im } \hat{\Sigma}_\pi^2 = -\frac{|p_\pi|^3 (E_1 - m_N)}{24\pi W}, \quad (17)$$

Здесь  $p_\pi E_1$  – импульс и энергия нуклона в СЦМ  $\pi N$ .

Выпишем компоненты собственно-энергетической части с учетом двух каналов и с точностью до вычитательных полиномов:

$$\Sigma_{11}^1(W) = -g_{1,\pi} \hat{\Sigma}_\pi^2 g_{1,\pi} - g_{1,\eta} \hat{\Sigma}_\pi^2 g_{1,\eta},$$

$$\Sigma_{11}^2(W) = -g_{1,\pi} \hat{\Sigma}_\pi^1 g_{1,\pi} - g_{1,\eta} \hat{\Sigma}_\pi^1 g_{1,\eta} = \Sigma_{11}^1(-W),$$

$$\Sigma_{21}^3(W) = -ig_{2,\pi} \hat{\Sigma}_\pi^1 g_{1,\pi} - ig_{2,\eta} \hat{\Sigma}_\pi^1 g_{1,\eta},$$

$$\Sigma_{21}^4(W) = -ig_{2,\pi} \hat{\Sigma}_\pi^2 g_{1,\pi} - ig_{2,\eta} \hat{\Sigma}_\pi^2 g_{1,\eta} = \Sigma_{21}^3(-W),$$

$$\Sigma_{12}^3(W) = \Sigma_{21}^3(W), \quad \Sigma_{12}^4(W) = \Sigma_{21}^4(W). \quad (18)$$

Подставив все необходимое в (9), получим парциальные волны. Р-волновые амплитуды ( $J^P = 3/2^+$ ) имеют вид:

$$f_{p,+}(\pi N \rightarrow \pi N) = |p_\pi|^2 \frac{(E_1 + m)}{24\pi W \Delta_2} \left[ g_{1,\pi}^2 (W - m_2 - \Sigma_{22}^1) - g_{2,\pi}^2 (-W - m_1 - \Sigma_{11}^2) + ig_{1,\pi} g_{2,\pi} (\Sigma_{21}^3 + \Sigma_{21}^4) \right],$$

$$f_{p,+}(\pi N \rightarrow \pi \eta) = |p_\pi|^2 |p_\eta| \frac{\sqrt{(E_1 + m)(E_2 + m)}}{24\pi W \Delta_2} \times$$

$$\times \left[ g_{1,\pi} g_{1,\eta} (W - m_2 - \Sigma_{22}^1) - g_{2,\pi} g_{2,\eta} (-W - m_1 - \Sigma_{11}^2) + ig_{1,\pi} g_{2,\eta} \Sigma_{21}^3 + ig_{1,\eta} g_{2,\pi} \Sigma_{21}^4 \right], \quad (19)$$

где  $E_1$  и  $E_2$  – энергия нуклона в состоянии  $\pi N$  и  $\eta N$ , а  $p_\pi$  и  $p_\eta$  – импульс нуклона в этих же состояниях. Учтем  $W$ -зависящий форм-фактор в вершине (фактор центрбежного барьера).

D-волновые амплитуды ( $J^P = 3/2^-$ ):

$$f_{d,-}(\pi N \rightarrow \pi N) = |p_\pi|^2 \frac{(E_1 - m)}{24\pi W \Delta_1} \left[ -g_{1,\pi}^2 (-W - m_2 - \Sigma_{22}^2) + g_{2,\pi}^2 (W - m_1 - \Sigma_{11}^1) - ig_{1,\pi} g_{2,\pi} (\Sigma_{21}^4 + \Sigma_{21}^3) \right]$$

$$+ g_{2,\pi}^2 (W - m_1 - \Sigma_{11}^1) - ig_{1,\pi} g_{2,\pi} (\Sigma_{21}^4 + \Sigma_{21}^3) \Big]$$

$$f_{d,-}(\pi N \rightarrow \pi \eta) = |p_\pi|^2 |p_\eta| \frac{\sqrt{(E_1 - m)(E_2 - m)}}{24\pi W \Delta_2} \times$$

$$\times \left[ -g_{1,\pi} g_{1,\eta} (-W - m_2 - \Sigma_{22}^2) + g_{2,\pi} g_{2,\eta} (W - m_1 - \Sigma_{11}^1) - ig_{1,\pi} g_{2,\eta} (\Sigma_{12}^3 - ig_{1,\eta} g_{2,\pi} \Sigma_{12}^4) \right] \quad (20)$$

Выберем его в виде:

$$g \rightarrow g \cdot F(W^2) = g \cdot \frac{1 + aM^2 + bM^4}{1 + aW^2 + bW^4}. \quad (21)$$

В рассматриваемой области энергии существует несколько открытых каналов [6, 7]. Для простоты мы ограничимся 3-х канальным приближением ( $\pi N$ ,  $\eta N$  и  $\sigma N$ ). При этом третий канал  $\sigma N$  представляет собой некоторый эффективный канал, порог которого служит подгоночным параметром. Для фитирования экспериментальных данных нам нужны формулы амплитуд  $\pi N \rightarrow \pi N$  (19), (20). Единственное отличие будет в собственно-энергетическом вкладе: нужно учесть аналогичным образом третий канал. Результаты фитирования (описания)  $D_{13}$  волны показаны на рис. 1.

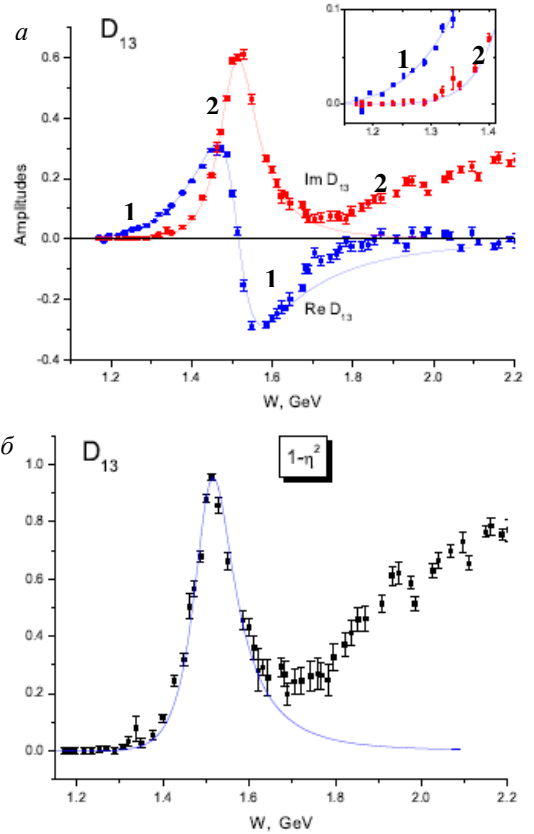


Рис. 1. Парциальная волна  $D_{13}$   $\pi N$  рассеяния и результаты фитирования нашими формулами с учетом  $\pi N$  и  $\sigma N$  каналов ( $W < 1.7$  ГэВ) (а). Неупругость от PWA [3] и наша кривая (б).

Результаты фита реальной и мнимой части  $D_{13}$  волны:

Параметры форм-факторы  $D_{13}$  волны:

$$m_1 = 1.5161 \pm 0.0005 \text{ ГэВ}, \quad g_{1,\pi} = 20.23 \pm 0.1 \text{ ГэВ},$$

$$g_{1,\sigma} = 21.60 \pm 0.25 \text{ ГэВ}, \quad \chi^2 / \text{DOF} = 213 / 59. \quad (22)$$

$$\begin{aligned} a &= -1.005 \pm 0.009 \text{ ГэВ}^{-2}, \\ b &= 0.434 \pm 0.021 \text{ ГэВ}^{-4}, \end{aligned} \quad (23)$$

Результаты фитирования (описания)  $P_{13}$  с фиксированными параметрами резонанса  $D_{13}$  волны показаны на рис. 2.

Результаты фита  $P_{13}$  волны:

$$\begin{aligned} m_2 &= 1.721 \pm 0.005 \text{ ГэВ}, \\ g_{2,\pi} &= 3.73 \pm 0.10 \text{ ГэВ}, \\ g_{2,\sigma} &= 9.23 \pm 0.25 \text{ ГэВ}, \\ \chi^2 / \text{DOF} &= 210 / 91. \end{aligned} \quad (24)$$

Параметры форм-факторы от  $P_{13}$  волны:

$$\begin{aligned} a &= 1.51 \pm 0.3 \text{ ГэВ}^{-2}, \\ b &= 0.001 \pm 0.017 \text{ ГэВ}^{-4}, \end{aligned} \quad (25)$$

Заметим, что оба фита хорошо согласуются в параметрах резонанса, за исключением вершины форм-фактора. Полученные параметры не противоречат значениям массы и ширинам  $D_{13}$  (1520),  $P_{13}$ (1720) в таблицах PWA [3–5].

Для нашего рассмотрения мы ограничились двухканальным приближением. Описание  $D_{13}$  и  $P_{13}$  волн в отдельности приводит к довольно хорошему качеству описания. Что касается  $\eta N$  канала: результаты PWA

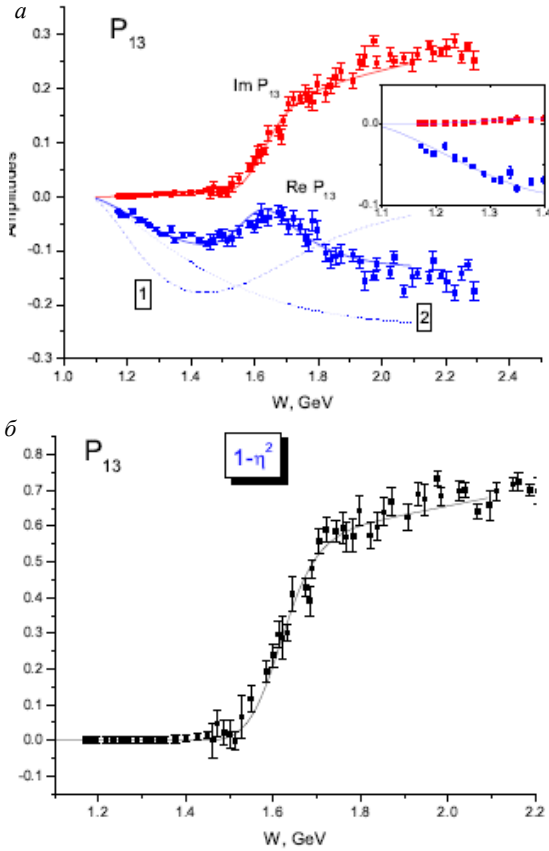


Рис. 2. Парциальная волна  $P_{13}$  в  $\pi N$  рассеянии и результаты фитирования нашими формулами с учетом  $\pi N$  и  $\sigma N$  каналов ( $W < 2.0$  ГэВ). Параметры  $D_{13}$  резонанса фиксированы. Кривые 1 и 2 показывают реальную часть от фонового вклада от резонанса  $D_{13}$  ( $g_{2,\pi} = g_{2,\sigma} = 0$ ) с учетом форм-фактора (а). Неупругость от PWA [3] и наши кривые (б).

для  $P_{13}$  волны не требуют его включения. Для  $D_{13}$  волны включение этого канала приводит к нефизическим большим константам связи. Но подробное рассмотрение показывает, что это эффект от другого порога с большей массой. Совместный фит дает нам лишь качественное описание. Для лучшего качества описания он должен в первую очередь включать:

1. Более точное описание  $(\pi N)$  канала;
2. Учет гладких вкладов в  $D_{13}$  волне;
3. Лучшее понимание роли и свойств вершины форм-фактора. Наблюдаемые разногласия могут быть следствием из вышеперечисленного.

Совместное фитирование  $P_{13}$  ( $W < 2.0$  ГэВ) и  $D_{13}$  ( $W < 1.6$  ГэВ) показано на рис. 3. Таким образом, мы видим, что эффект смешивания полей противоположной четности приводит к значительным эффектам для рождения барионов и может быть определен в рождении барионных резонансов  $3/2^\pm$  в  $\pi N$  рассеянии.

### Заключение

В настоящей работе мы рассмотрели применение эффекта смешивания полей разной четности для описания двух парциальных волн  $P_{13}$  и  $D_{13}$ . Отметим, что в результате решения уравнения Дайсона-Швингера мы автоматически получаем унитарные амплитуды. Мы можем сказать, что эффект виден, но для более качественного описания необходима тонкая настройка их свойств.

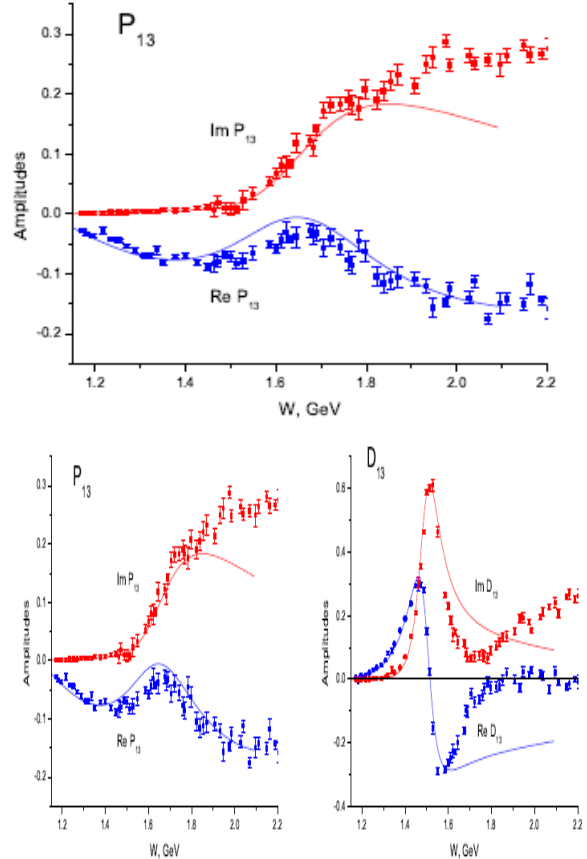


Рис. 3. Пример совместного описания  $P_{13}$  ( $W < 2.0$  ГэВ) и  $D_{13}$  ( $W < 1.6$  ГэВ) парциальных волн нашими формулами с учетом смешивания разной четности в двухканальном приближении. В этом случае  $\chi^2/\text{DOF} = 1220/139$ .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Калошин А.Е., Ломов В.П. Поле Рариты-Швингера: процедура одевания и спин-четность компонент // Ядерная физика. 2006. Т. 69, № 3. С. 1–11.
2. Калошин А.Е., Кобелева Е.А., Унитарное смешивание фермионных полей разной четности // Труды XI Конференции молодых ученых «Гелио- и геофизические исследования» Изд-во ИСЗФ СО РАН. Иркутск. 2009. С. 302–304.
3. Arndt R. A., Ford J. M., Roper L.D., Pion nucleon partial wave analysis to 1100-MeV. // Phys.Rev.D32:1085. 1985.
4. Arndt R.A., Strakovsky I.I., Workman R.L., Reply to: Comment on 'Pion nucleon partial wave analysis to 2-GeV' // Phys.Rev.D52:5381. 1995.
5. Arndt R.A., Briscoe W.J., Strakovsky I.I., Workman R.L., Extended partial-wave analysis of piN scattering data // Phys.Rev.C74:045205. 2006.
6. Ceci S. et al., Resolution of the multichannel anomaly in the extraction of S-matrix resonance-pole parameters // Phys.Rev.D77:116007. 2008.
7. Ceci S., Svarc A., Zauner B., Role of bare propagator poles in phenomenological Dyson-Schwinger type models // Eur.Phys.J.C58:47-56. 2008.
8. Gonchar M.O., Kaloshin A.E., Lomov V.P., Fermion resonance in quantum field theory // Mod. Phys. Lett. 2007. N A22. P. 2511–2519.
9. Kaloshin A.E., Lomov V.P., Propagator of the interacting Rarita-Schwinger field // Mod. Phys. Lett. 2004. N A19. P. 135–142.
10. Kaloshin A.E., Lomov V.P. The Rarita-Schwinger field: Renormalization and phenomenology // Int. J. Mod. Phys. 2007. N A22. P. 4495–4518.
11. Kaloshin A.E., Kobleleva E.A., Lomov V.P., Mixing of fermion fields of opposite parities and baryon resonances // Int. J. Mod. Phys. 2011. N A26. P. 2307–2326.

<sup>1</sup>Иркутский Государственный Университет, Иркутск

<sup>2</sup>Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск