

УДК 52-726, 533.9.01, 531.222.1

ПОЛУЧЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ МЕЛКОМАСШТАБНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ С ПОМОЩЬЮ ДВОЙНОГО ВЗВЕШЕННОГО ФУРЬЕ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

С.И. Книжин, М.В. Тинин, Ю.А. Кравцов

IMAGING SMALL-SCALE INHOMOGENEITIES BY USING DOUBLE FOURIER TRANSFORMATION

S.I. Knizhin, M.V. Tinin, Y.A. Kravtsov

Предлагается метод обработки результатов томографических измерений, основанный на представлении поля с помощью двойного взвешенного преобразования Фурье. Выполнено численное моделирование предложенной обработки для случая сильных флуктуаций фазы с учетом конечности антенных систем. С помощью преобразования Радона и двойного взвешенного фурье-преобразования восстановлена диэлектрическая проницаемость неоднородности.

The method of processing the results of tomographic measurements, based on the representation of the field by double-weighted Fourier transform is proposed. The numerical simulation of the proposed processing was performed for the case of strong phase fluctuations, taking into account the finite sizes of the antenna systems. Using the Radon transform and the double-weighted Fourier transformation, recovered permittivity the inhomogeneity.

Введение

При исследовании неоднородной плазмы методами дифракционной и лучевой томографии довольно часто используются измерения фазы волны, прошедшей от источника к приемнику. В задачах томографии важную роль играют используемые модели, описывающие связь измеряемого поля сигнала с характеристиками среды распространения. Эти модели непосредственно связаны с тем или иным приближенным методом описания поля в неоднородной среде. Широко используемые в настоящее время методы: метод геометрической оптики (ГО), приближение Рытова, приближение Борна, метод фазового экрана – имеют ряд ограничений.

В работах [Kravtsov, Tinin, 2000; Tinin, Kravtsov, 2008] была предложена новая модель поля в виде двойного взвешенного фурье-преобразования (ДВФП). Данное представление имеет более широкую область применения по сравнению с вышеупомянутыми методами. ДВФП можно использовать в задачах со слабыми или сильными флуктуациями фазы. Кроме того, в ДВФП учитываются эффекты многолучевости. Метод ДВФП согласуется с приближениями Рытова, Борна, ГО и фазового экрана.

На основе метода ДВФП был получен [Kravtsov, Tinin, 2000; Tinin, Kravtsov, 2008] алгоритм пространственной обработки сигнала. Такая обработка позволяет использовать алгоритм лучевой томографии при исследовании неоднородностей, масштаб которых не превосходит радиуса Френеля, т. е. в задачах диагностики неоднородных сред получать сверхфренелевское разрешение.

В представленной работе продолжены исследования возможностей метода ДВФП в диагностике неоднородных сред. Рассмотрена возможность получения изображений мелкомасштабных неоднородностей с помощью фазовой обработки сигнала на основе ДВФП и обратного преобразования Радона в случае слабых и сильных флуктуаций фазы.

ДВФП и его инверсия для поля волны

Пусть источник и приемник находятся в точках $\vec{r}_0 = (z_0, x_0, y_0) = (z_0, \vec{\rho}_0)$ и $\vec{r} = (z, x, y) = (z, \vec{\rho})$, где

$\vec{\rho}_0 = (x_0, y_0)$ и $\vec{\rho} = (x, y)$ – двумерные векторы в плоскостях $z=z_0$ и $z=z_r$. Между источником и приемником находится неоднородная среда. Для данного случая поле волны в методе ДВФП имеет следующий вид [Пикалов, Преображенский, 1983; Tinin, Kravtsov, 2008; Кравцов и др., 2011]:

$$U(\vec{\rho}, \vec{\rho}_0, z_r, z_0) = \frac{-Ak^2}{4\pi^3 Z^3} \times \exp \left[ik \left(Z + \frac{(\vec{\rho} + \vec{\rho}_0)^2}{2Z} \right) \right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \xi d^2 \xi_0 \times \exp \left(ik \left[2(\vec{\xi} \vec{\xi}_0 - \vec{\xi} \vec{\rho}) / Z + \Phi(\vec{\xi}, \vec{\xi}_0, z_r, z_0) \right] \right), \quad (1)$$

где $Z=z_r-z_0$ – расстояние между плоскостями с источником и приемником, A_0 – амплитуда падающей сферической волны, $k=\omega/c$, $\omega=2\pi f$ – частота излучения, c – скорость света в свободном пространстве, $\Phi(\vec{\xi}, \vec{\xi}_0, z_r, z_0)$ – линейный интеграл от $\tilde{\epsilon}(\vec{r})$, вычисленный по формуле

$$\Phi(\vec{\xi}, \vec{\xi}_0, z_r, z_0) = 1/2 \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\epsilon}(\vec{\xi}(z'-z_0)/Z + \vec{\xi}(z_r-z')/Z, z') dz', \quad (2)$$

где $\tilde{\epsilon}(\vec{r}) = \epsilon(\vec{r}) - 1$ – вариация диэлектрической проницаемости $\epsilon(\vec{r})$.

Из (1) видно, что если на поле $U(\vec{\rho}, \vec{\rho}_0)$ подействуем интегральным оператором обратного ДВФП

$$\tilde{U}(\rho^*, \rho_0^*) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \rho d^2 \rho_0 U(\vec{\rho}, \vec{\rho}_0) \times \exp \left\{ -ikZ - \frac{(\vec{\rho} - \vec{\rho}_m)^2}{2D^2} - \frac{(\vec{\rho}_0 - \vec{\rho}_{0m})^2}{2D_0^2} \right\} \times \exp \left\{ -ik \frac{(\vec{\rho} + \vec{\rho}_0)^2}{2Z} + \frac{2ik}{Z} (\vec{\rho} * \rho_0 + \rho_0 * \vec{\rho}) \right\}, \quad (3)$$

где

$$\exp \left\{ -ikZ - (\vec{\rho} - \vec{\rho}_m)^2 / 2D^2 - (\vec{\rho}_0 - \vec{\rho}_{0m})^2 / 2D_0^2 \right\} - \quad (4)$$

– гауссовский множитель, который учитывает конечные размеры передающей и приемной антенн, D_0 и D – ширины передающей и принимающей областей, а ρ_{m0} и ρ_m – координаты их центров, получим

$$\begin{aligned} \tilde{U}(\vec{\rho}^*, \vec{\rho}_0^*) &= \hat{L}[U(\vec{\rho}, \vec{\rho}_0)] = \\ &= -\frac{A_0 \pi Z}{4k^2} \exp\left\{ ik \left[\frac{2\vec{\rho}^* \vec{\rho}_0^*}{Z} + \Phi(\vec{\rho}^*, \vec{\rho}_0^*) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, после обработки (3) можно найти фазу

$$\begin{aligned} k\Phi(\vec{\rho}^*, \vec{\rho}_0^*) &= \arg[\tilde{U}(\vec{\rho}^*, \vec{\rho}_0^*)] - 2\vec{\rho}^* \vec{\rho}_0^* / Z = \\ &= \frac{k}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\epsilon}[\vec{\rho}^*(z' - z_0) / Z + \vec{\rho}_0^*(z_t - z') / Z, z'] dz'. \end{aligned} \quad (6)$$

Фаза $k\Phi(\vec{\rho}^*, \vec{\rho}_0^*)$ в (6) имеет такой же вид, как в приближении ГО. Важно отметить, что поле волны (5), рассчитанное на основе алгоритма (3), не имеет флуктуаций амплитуды, которые возникают в приближении ГО из-за фокусировки волны на неоднородностях.

Чтобы проанализировать влияние размеров антенн на разрешающую способность метода ДВПФ, необходимо в (5) подставить решение прямой задачи $U(\vec{\rho}, \vec{\rho}_0)$. К сожалению, строгое решение задачи распространения сферической волны с локализованной неоднородностью отсутствует. Поэтому в качестве обрабатываемого поля $U(\vec{\rho}, \vec{\rho}_0)$ в (5) целесообразно взять то или иное приближенное решение. Для исследования разрешающей способности обратного ДВПФ мы в качестве модели обрабатываемого поля используем в данной работе решение, полученное методом фазового экрана.

Численное моделирование

Проведем численное моделирование фазы поля после обработки поля по алгоритму (3) в случае сильных флуктуаций фазы на фазовом экране, когда

$$|k\Phi(\vec{\rho}_s)| \geq 2\pi. \quad (7)$$

В качестве модели неоднородности диэлектрической проницаемости возьмем Гауссову функцию

$$\tilde{\epsilon}(\vec{\rho}, z) = \epsilon_m \exp\left\{ -\frac{[(\rho - \rho_m)^2 + (z - z_m)^2]}{2l^2} \right\}. \quad (8)$$

На рис. 1 приведены результаты расчетов фазы $k\Phi_{d0}(x^*) = k\Phi_{d0}(x^*, x^*, 0, 0)$ как функции $x^* = x_0^*$ в сечении $y^* = y_0^* = 0$ при следующих параметрах: $x_m = z_m = 0$, $\epsilon_m = -0.55$, $l = 1$ см, $z_t = -3$ м, $z_0 = 3$ м, $\lambda = 2$ мм, $z_s = 0$ м. В этом случае радиус Френеля $a_F = 5.4$ см превышает размеры неоднородности. Из поведения фазы при точечных антеннах, когда пространственная обработка фактически не производится (пунктирная линия), не удается даже выявить присутствие неоднородности. Обработка (3) при $D = D_0 = 28$ см (штриховая линия) выявила в зависимости $k\Phi_{d0}(x^*)$ признаки наличия неоднородности. Обработка (3) при $D = D_0 = 35$ см (штрихпунктирная линия) оказывается уже достаточной для выявления профиля неоднородности. Результаты реконструкции оказываются очень близкими идеальному случаю.

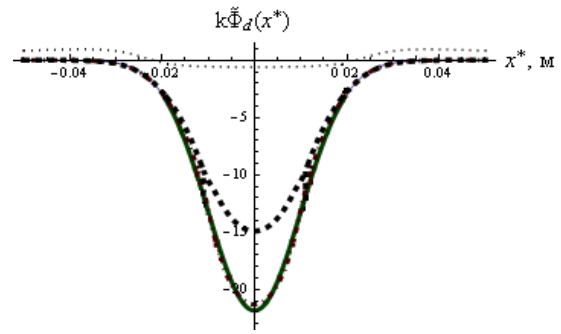


Рис. 1. Поведение фазы $k\Phi_{d0}(x^*)$ без обработки (пунктирная линия), $D = D_0 = 28$ см (штриховая линия), $D = D_0 = 35$ см (штрихпунктирная линия), $D = D_0 = z$, $D = D_0 = z$ (сплошная линия).

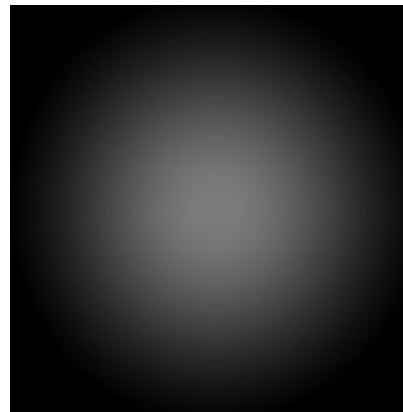


Рис. 2. Восстановленная неоднородность.

Таким образом, антенны достаточно больших размеров позволяют получать сверхфренелевское разрешение не только при малых вариациях фазы, как в [Кравцов и др., 2011], но также и при значительных вариациях фазы.

Применяя результаты обработки фазовых измерений в случае круговой томографии с помощью преобразования Радона, мы можем восстановить исследуемую неоднородность.

На рис. 2 приведена восстановленная неоднородность, где $\epsilon_m = -0.55$, $l = 1$ см. В этом случае радиус Френеля $a_F = 5.4$ см превышает размеры неоднородности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Кравцов Ю.А., Тинин М.В., Книжин С.И. Дифракционная томография неоднородной среды при сильных вариациях фазы // Радиотехника и электроника. 2011. Т. 26, № 7. С. 1–7.
 Пикалов В.В., Преображенский Н.Г. Вычислительная томография и физический эксперимент // УФН. 1983. Т. 141, № 3. С. 469–498.
 Kravtsov Y.A., Tinin M.V. Representation of wave field in a randomly inhomogeneous medium in the form of the double-weighted Fourier transform // Radio Science. 2000. V. 35, N 6. P. 1315–1322.
 Tinin M.V., Kravtsov Y.A. Super Fresnel resolution of plasma inhomogeneities by electromagnetic sounding // Plasma Physics and Controlled Fusion. 2008. V. 50. P. 1–12.

Иркутский государственный университет, Иркутск