

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ БЫСТРОЙ МАГНИТОЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ ВБЛИЗИ МАГНИТНОЙ НУЛЕВОЙ ТОЧКИ

А.Н. Афанасьев

PECULIARITIES OF THE FAST-MODE MHD WAVE PROPAGATION IN THE NEIGHBOURHOOD OF A MAGNETIC NULL POINT

A.N. Afanasyev

Представлены результаты аналитического моделирования распространения быстрой магнитозвуковой волны вблизи двумерной магнитной нулевой точки. Рассматривается поведение линейной, а также ударной волн в приближении нелинейной геометрической акустики. Проводится расчет амплитуды волны на основе лучевого приближения и законов затухания уединенной ударной волны.

We present results of the analytical modeling of the fast-mode MHD wave propagation near a 2D magnetic null point. We consider the behavior both of a linear wave and a shock one. For this purpose we apply the nonlinear geometrical acoustics method. We also calculate the wave amplitude using the ray approximation and the laws of solitary shock wave damping.

Введение

Распространение магнитогидродинамических волн в неоднородной среде может привести к диссипации энергии волн. Как известно, это дает существенный вклад в общий энергетический баланс солнечной короны. Предполагается, что диссипация энергии волны происходит наиболее эффективно вблизи магнитных нулевых точек. Волна захватывается нулевой точкой, а ее амплитуда значительно увеличивается как из-за уменьшения альфвеновской скорости, так и вследствие сходимости волнового фронта в окрестности нулевой точки. Изначально линейная волна преобразуется в ударную, распространение которой всегда сопровождается диссипацией энергии и, следовательно, нагревом среды.

Распространение волн в окрестности нулевых точек исследовалось в ряде работ, обзор которых был сделан недавно МакЛафлином и др. [McLaughlin et al., 2011]. Анализировалось падение линейной быстрой магнитозвуковой (БМЗ) волны на двумерную нулевую точку в приближении холодной плазмы [McLaughlin, Hood, 2004], а также в приближении теплой плазмы, когда скоростью звука в плазме нельзя пренебречь по сравнению с альфвеновской скоростью [McLaughlin, Hood, 2006]. Авторы моделировали распространение волны численно и аналитически, используя лучевое (ВКБ) приближение. Однако они ограничились построением лучевых траекторий и фронта волны, не анализируя эволюцию амплитуды. Также был рассмотрен случай падения линейной волны на трехмерную нулевую точку в холодной плазме в приближении ВКБ [McLaughlin et al., 2008], который подтвердил эффект сильной рефракции волны, а также нагрев плазмы в окрестности нулевой точки.

Распространение нелинейной волны вблизи нулевой точки рассматривалось методами численного моделирования для задачи магнитного пересоединения [McLaughlin et al., 2009], а также в связи с вопросами возникновения симпатических вспышек [Gruszecki et al., 2011]. Целью данной работы является анализ нелинейных эффектов распространения ударной волны в окрестности нулевой точки, а также расчет амплитуды волны при ее приближении к нулевой точке в приложении к проблеме нагрева солнечной короны.

Моделирование

Рассмотрим двумерную магнитную нулевую точку: $\mathbf{V}=(x, 0, -z)$. Плотность и температуру плазмы считаем постоянными. Пусть изначально плоский фронт БМЗ-волны падает на нулевую точку. Распространение линейных волн будем моделировать с использованием геометрической акустики. Для нелинейных волн применим обобщение этого метода на слабые ударные волны – метод нелинейной геометрической акустики. Такой подход позволяет учесть основные свойства ударных волн:

- 1) сверхзвуковую скорость распространения, которая определяется величиной амплитуды волны;
- 2) нелинейное затухание амплитуды волны вследствие диссипации энергии в ударном фронте. Детальное изложение используемого подхода содержится в работе Афанасьева и Уралова [Afanasyev, Uralov, 2011].

Линейная волна в холодной плазме

Лучи, вдоль которых линейная волна движется в направлении заданной в начале координат нулевой точки, были получены МакЛафлином и Худом [McLaughlin, Hood, 2004] в приближении холодной плазмы:

$$x = e^{-\frac{z_0}{r_0}t} \left(x_0 \cos \frac{x_0}{r_0} t + z_0 \sin \frac{x_0}{r_0} t \right),$$

$$z = e^{-\frac{z_0}{r_0}t} \left(z_0 \cos \frac{x_0}{r_0} t - x_0 \sin \frac{x_0}{r_0} t \right),$$

где x_0 и z_0 – начальные значения лучевой траектории, $r_0 = \sqrt{x_0^2 + z_0^2}$. Все лучи сходятся в нулевую точку, в которой скорость распространения волны обращается в нуль (рис. 1). Энергия волны в этом случае должна преобразоваться в тепло в малой окрестности нулевой точки. Однако геометрическая акустика позволяет получить явное выражение для эволюции амплитуды волны, исходя из сохранения плотности потока энергии возмущения в лучевой трубке:

$$A(t)/A_0 = \left| \cos 2 \frac{x_0}{r_0} t + \frac{z_0}{x_0} \sin 2 \frac{x_0}{r_0} t \right| \sqrt{\frac{r_0}{z_0 t + r_0}} e^{-\frac{z_0}{r_0} t},$$

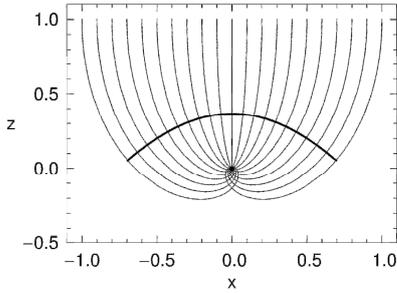


Рис. 1. Распространение линейной волны в холодной плазме. Лучи представлены тонкими линиями, волновой фронт – толстой линией. В начальный момент фронт находился в $z=1$ и $-1 \leq x \leq 1$.

если в качестве амплитуды A выбрать компоненту u вектора скорости плазмы, направленную вдоль нормали к фронту волны (A_0 – начальное значение амплитуды), и

$$A(t)/A_0 = \sqrt{\frac{r_0}{z_0 t + r_0}} e^{\frac{z_0 t}{r_0}}, \quad (1)$$

если в качестве амплитуды A выбрать модуль вектора скорости плазмы, $A = \sqrt{u^2 + v^2}$. Поведение амплитуды волны вдоль одного луча показано на рис. 2. Компонента u скорости плазмы осциллирует и иногда обращается в нуль, что связано с изменением угла между вектором магнитного поля и направлением луча. В свою очередь, модуль вектора скорости плазмы растет экспоненциально и является огибающей компоненты u .

Линейная волна в теплой плазме

Будем называть точки пространства, где альфвенская скорость равна скорости звука, слоем $V_A=c$. Лучевая картина представлена на рис. 3, *a*. Фронт волны проходит через нулевую точку, претерпевая значительные искажения формы, что приводит к появлению каустических особенностей (рис. 3, *b*). По определению каустика есть огибающая семейства лучей и видна на лучевой картине как сгущение лучей. Амплитуда волны на каустике обращается в бесконечность, поэтому наличие каустики дает важную информацию о локализации наиболее эффективного нагрева плазмы, связанного с волной. В рассматриваемом случае каустика многократно охватывает нулевую точку, удаляясь от нее все дальше. На рис. 3, *b* видна только внутренняя часть

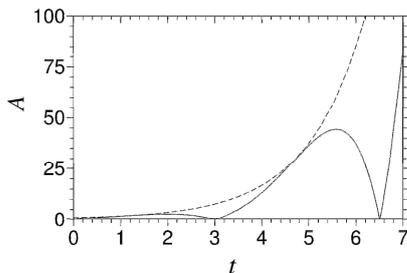


Рис. 2. Эволюция амплитуды линейной волны вдоль луча с $x_0=0.5$ в холодной плазме. Сплошная линия показывает компоненту вектора скорости плазмы u вдоль нормали к волновому фронту, пунктирная огибающая – модуль вектора скорости плазмы.

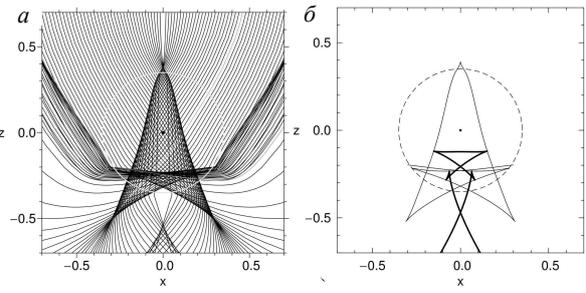


Рис. 3. Линейная волна в теплой плазме: *a* – лучевая картина, *b* – каустика (тонкая линия) и волновой фронт (толстая линия). Окружность в центре показывает слой $V_A=c$.

каустики (относительно слоя $V_A=c$), обусловленная падением центральной части фронта волны. Таким образом, нагрев плазмы рассредоточен в пространстве в отличие от предыдущего случая линейной волны в холодной плазме. Важно также отметить, что особенности волнового фронта в виде распространяющихся треугольников, отмеченных в [McLaughlin, Hood, 2006], можно легко объяснить с помощью каустик. На каустике происходит излом фронта волны, вследствие чего при прохождении фронтом острия каустики возникает маленький треугольник, вершины которого скользят вдоль каустики.

Ударная волна

Амплитуда волны при приближении к нулевой точке нарастает, как видно из (1), и волна выходит из линейного режима распространения. На рис. 4 представлена лучевая картина распространения ударной волны в холодной плазме. Сначала, подобно линейному случаю, фронт волны охватывает нулевую точку, однако вследствие нелинейности скорость распространения волны в этой точке не обращается в нуль, и возмущение проходит начало координат, как если бы существовала малая эффективная скорость звука. На лучевой картине снова формируется сложная каустика, которая многократно охватывает нулевую точку и на которой амплитуда волны стремится в бесконечность, указывая места максимального нагрева плазмы. Ход амплитуды ударной волны показан на рис. 5. Сильное затухание волны происходит из-за нелинейной диссипации энергии, причем затухание тем сильнее, чем ближе волна к нулевой точке и чем выше стремится быть ее амплитуда. Для сравнения приведен искусственно рассчитанный ход амплитуды волны без диссипации. С его помощью можно увидеть, что значительная доля энергии волны переходит в тепло в окрест-

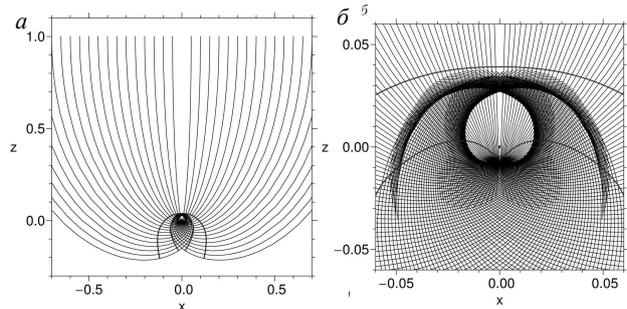


Рис. 4. Распространение ударной волны в холодной плазме: общий вид (*a*), окрестность нулевой точки (*b*). Сплошные линии поперек лучей показывают фронты волны.

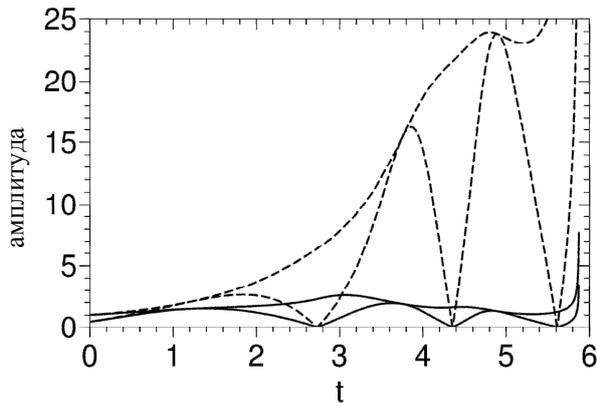


Рис. 5. Эволюция амплитуды ударной волны вдоль луча с $x_0=0.5$ в холодной плазме. Сплошные линии показывают компоненту u и модуль вектора скорости плазмы в волне, штриховые линии – искусственно рассчитанный ход амплитуды волны без диссипации в ударном фронте.

ности нулевой точки. Отметим также появление выпуклого образования на фронте ударной волны на рис. 4, б. Поскольку скорость волны зависит от амплитуды, части фронта, близкие к нулевой точке, начинают распространяться быстрее, формируя указанную выпуклость.

На рис. 6 представлено распространение ударной волны в теплой плазме. Волна проходит нулевую точку как из-за ненулевой скорости звука, так и вследствие нелинейности возмущения. Лучевая картина в целом подобна случаю линейной волны в теплой плазме, однако каустика оказывается смещенной в направлении падения волны, что обусловлено влиянием нелинейности на лучевые траектории. Интересно отметить, что острия каустики остаются лежать на слое $V_A=c$.

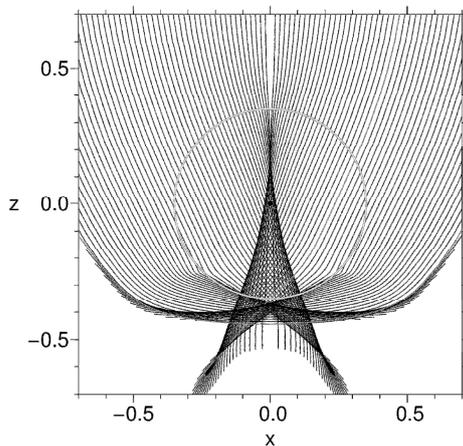


Рис. 6. Ударная волна в теплой плазме. Окружность в центре показывает слой $V_A=c$.

Заключение

Представлены результаты аналитического моделирования распространения БМЗ-волны в окрестности магнитной нулевой точки. Найден закон роста амплитуды линейного возмущения при приближении к нулевой точке, вследствие чего начальное возмущение преобразуется в ударную волну. Обнаружено формирование сложной каутической особенности вокруг нулевой точки. На каустике происходит нагрев плазмы, который рассредоточен в пространстве и возникает главным образом вне слоя $V_A=c$, если начальный фронт волны является достаточно протяженным в пространстве. С помощью анализа каустики объяснена сложная структура волнового фронта: изломы фронта движутся вдоль каутических линий. Нелинейность возмущения приводит к тому, что волна распространяется сквозь нулевую точку даже в случае холодной плазмы. Существенный нагрев плазмы возникает также вне каустик в непосредственной окрестности нулевой точки из-за сильного нелинейного затухания волны. Именно поэтому амплитуда ударной волны не возрастает при приближении к нулевой точке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Afanasyev A.N., Uralov A.M. Coronal shock waves, EUV waves, and their relation to CMEs. II. Modeling MHD shock wave propagation along the solar surface, using nonlinear geometrical acoustics // *Solar Phys.* 2011. Online First. doi: 10.1007/s11207-011-9730-9.
- Gruszecki M., Vasheghani Farahani S., et al. Magnetoacoustic shock formation near a magnetic null point // *Astron. Astrophys.* 2011. V. 531. id. A63.
- McLaughlin J.A., Hood A.W. MHD wave propagation in the neighbourhood of a two-dimensional null point // *Astron. Astrophys.* 2004. V. 420, Iss. 3. P. 1129–1140.
- McLaughlin J.A., Hood A.W. MHD mode coupling in the neighbourhood of a 2D null point // *Astron. Astrophys.* 2006. V. 459, Iss. 2. P. 641–649.
- McLaughlin J.A., Ferguson J.S.L., Hood A.W. 3D MHD coronal oscillations about a magnetic null point: Application of WKB theory // *Solar Phys.* 2008. V. 251, Iss. 1-2. P. 563–587.
- McLaughlin J.A., De Moortel I., Hood A.W., Brady C.S. Nonlinear fast magnetoacoustic wave propagation in the neighbourhood of a 2D magnetic X-point: Oscillatory reconnection // *Astron. Astrophys.* 2009. V. 493, Iss. 1. P. 227–240.
- McLaughlin J.A., Hood A.W., De Moortel I. Review article: MHD wave propagation near coronal null points of magnetic fields // *Space Sci. Rev.* 2011. V. 158, Iss. 2–4. P. 205–236.

Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск