

УДК 536.252, 532.5.013.4

## МЕТОД ОЦЕНКИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ МАСШТАБОВ ВОДООБМЕНА В СТАТИЧЕСКИ НЕУСТОЙЧИВЫХ ЖИДКИХ СИСТЕМАХ

Н.М. Буднев, С.В. Ловцов, И.А. Портянская, А.Е. Растегин, В.Ю. Рубцов

## METHOD FOR ESTIMATING SPACE-TIME SCALES OF WATER EXCHANGE IN STATICALLY UNSTABLE LIQUID SYSTEMS

N.M. Budnev, S.V. Lovtsov, I.A. Portyanskaya, A.E. Rastegin, V.Yu. Rubtsov

Описан простой метод оценки пространственно-временных масштабов вертикального водообмена. Метод основан на данных о статической неустойчивости температурного профиля. Движение гипотетической жидкой частицы с заданными температурой и объемом описывается одномерным уравнением, которое дает приближенную модель для оценки масштабов вертикального водообмена. Динамика системы с одной степенью свободы позволяет на основе первого интеграла определить точки поворота и время движения между ними. Мы рассматриваем длину интервала между точками поворота и соответствующий временной промежуток как физически обоснованные оценки пространственного и временного масштабов вертикального движения воды. Эти оценки базируются на фундаментальных принципах и не дают детальной информации, однако они носят общий характер и могут быть применены для описания конкретных случаев. Мы применяем разработанный метод к температурным профилям, полученным в рамках гидрофизических исследований на Байкальском нейтринном телескопе, расположенном в южном Байкале.

We propose a method for estimating space-time scales of water exchange using data about instability of the temperature profile. Motion of a hypothetical fluid particle with given temperature and volume is described by one-dimensional equation considered as an approximate physical model for estimating scales of vertical water exchange. Dynamics of the mechanical system with one degree of freedom allows us to determine turning points and travel time between them, using the first integral. We consider the length of interval between turning points and corresponding time interval as physically based estimates of space-time scales of vertical water exchange. These estimates are based on fundamental principles of physics and do not provide detailed information. However, they are general in character and may be used for describing some specific cases. We apply the elaborated method to temperature profiles obtained in the frameworks of the Baikal Neutrino Telescope Project (South Baikal).

Как известно, процессы водообмена являются ключевыми для сохранения уникальной экосистемы озера Байкал. По ряду причин крупномасштабные динамические процессы в Байкале остаются во многом малоизученными. С началом работ по созданию глубоководного нейтринного детектора возник целый спектр гидрофизических задач, связанных с изучением основных свойств водной толщи и ее динамики. В настоящее время в рамках нейтринного проекта ведется непрерывный во времени мониторинг температурного режима озера в месте постановки детектора [1]. В настоящей работе полученные данные используются для апробации простой физической модели, которая позволяет оценить характерные масштабы вертикального водообмена.

Разработанная модель построена на одномерном уравнении движения жидкой частицы и аналогии с динамикой механической системы с одной степенью свободы. Пусть  $z$  обозначает глубину, отсчитанную от уровня поверхности  $z = 0$ . В однородном гравитационном поле состояние покоя жидкости описывается уравнением [2]

$$\frac{dp(z)}{dz} = \rho(z) g, \quad (1)$$

где  $p(z)$  – давление,  $\rho(z)$  – плотность на глубине  $z$ . Температура  $T(z)$  как функция глубины считается заданной. Плотность жидкости на уровне  $z$  определяется как

$$\rho(z) = r[p(z), T(z)], \quad (2)$$

где функция  $r[p, T]$  описывает зависимость плотности от давления и температуры. Для нахождения давления  $p(z)$  следует совместно решить уравнения (1) и (2). Это, по крайней мере в принципе, всегда можно сделать.

Предположим, что в рассматриваемый слой помещена некоторая жидкая частица с температурой  $T_0$  и объемом  $V$ . Масса частицы равна  $\rho_0 V$ . Выравнивание неоднородностей давления происходит довольно быстро, так как это акустические процессы. Так что при смещении нашей частицы ее можно считать оказавшей тут же при давлении, равном давлению окружающей жидкости. Напротив, выравнивание температуры за счет молекулярной теплопроводности происходит чрезвычайно медленно. Так, если температура существенно изменяется на масштабе  $l \sim 1$  м, то (если бы не было конвективного теплообмена) однородная температура установилась бы за время

$$\tau \sim \frac{1 \text{ м}^2}{\chi} = \frac{10^7}{1.3} \text{ с} = 89 \text{ сут.}$$

Так что температура смещающейся частицы неизменна, но плотность меняется из-за смены давления и равна

$$\rho_{z,0} = r[p(z), T_0]. \quad (3)$$

Обозначая через  $a$  ускорение частицы, запишем уравнение движения в виде

$$\rho_{z,0} Va = \rho_{z,0} Vg - \rho(z) Vg, \quad (4)$$

где в правой части стоит разность силы тяжести и силы Архимеда. Уравнение (4) перепишем как

$$a = f(z) g, \quad (5)$$

где безразмерная эффективная сила

$$f(z) = \frac{r[p(z), T_0] - r[p(z), T(z)]}{r[p(z), T_0]}. \quad (6)$$

Вводя гипотетическую массу  $m$  в уравнение (5), запишем:

$$ma = mf(z)g. \quad (7)$$

Соответствующая правой части (7) потенциальная энергия равна

$$U(z) = mu(z)g,$$

где мы ввели функцию с размерностью длины как неопределенный интеграл

$$u(z) = -\int f(z)dz. \quad (8)$$

Проведя аналогию с динамикой механической системы с одной степенью свободы, можно оценить пространственно-временные масштабы водообмена. Точки, в которых потенциальная энергия равна полной, являются поворотными и ограничивают смещение гипотетической частицы воды. Расстояние между точками поворота является оценкой сверху на длину смещения. Время, за которое частица проходит путь между поворотными точками, равно [3]

$$\Delta t = \sqrt{\frac{m}{2}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\sqrt{E - U(z)}}. \quad (9)$$

Данный промежуток времени является оценкой снизу.

Образование статически неустойчивых фрагментов температурного профиля часто связано с процессами апвеллинга [4]. Рассмотрим нестабильный фрагмент температурного профиля (август 2005), показанный на рисунке. Выделим гипотетическую частицу воды на глубине  $z_1$  и рассчитаем  $z_2$  из предположения, что  $u(z_2) = u(z_1)$ . Полную энергию частицы будем считать как  $E = mu(z_1)g$ , тогда уравнение (9) сводится к виду

$$\Delta t = \frac{l}{\sqrt{2g}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\sqrt{u(z_1) - u(z)}}.$$

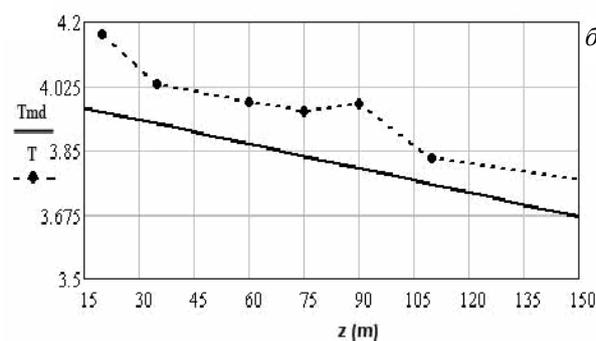
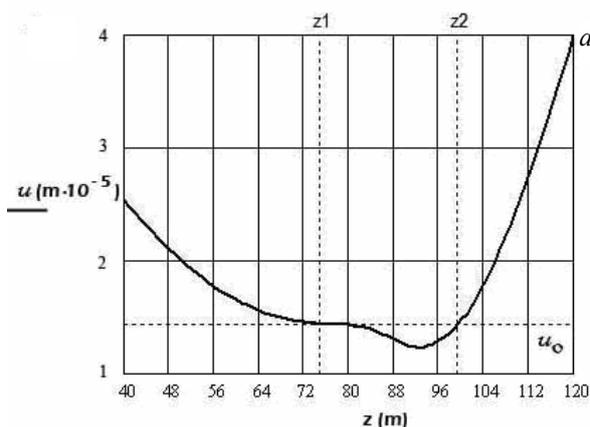
Для рассматриваемого случая были получены следующие оценки. Оценка сверху на величину вертикального смещения  $\Delta z = 24.5$  м, оценка снизу на продолжительность вертикального движения  $\Delta t = 6.1$  ч. Из наблюдений за дальнейшими изменениями температурного профиля видно, что процесс активного вертикального водообмена продолжался несколько часов, что демонстрирует адекватность полученных оценок.

Используя данный подход, мы сделали анализ данных за 2000–2007 гг. На наблюдавшихся температурных профилях были выделены моменты времени и определены глубины, где присутствовали области неустойчивости. Как правило, неустойчивые элементы профиля наблюдались в верхнем слое до 100 м в периоды обратной стратификации, гомотермии и при возникновении апвеллингов.

В случае инфинитезимального смещения ( $\xi = (z - z_0) \rightarrow 0$ ) правая часть уравнения (5) сводится к хорошо известному выражению

$$f(z)g \rightarrow -N^2(z_0)\xi, \quad (10)$$

где квадрат частоты Брента–Вяйсяля равен



Рассчитанные значения  $u(z)$ , в зависимости от глубины (а); наблюдаемый фрагмент температурного профиля, содержащий неустойчивую часть (б).

$$N^2(z) = \frac{g}{\rho(z)} \frac{d\rho}{dz} - \frac{g^2}{c^2(z)}. \quad (11)$$

В пределе инфинитезимального смещения потенциальная энергия жидкой частицы на единицу массы равна

$$u(z)g = -\int f(z)g dz = \int N^2(z_0)(z - z_0) dz = \frac{1}{2} N^2(z_0) \times (z - z_0)^2 + \text{const}. \quad (12)$$

В приближении малых колебаний потенциал аппроксимируется параболой, и частица совершает колебания с частотой  $N^2(z_0)$  в окрестности положения равновесия  $z_0$ .

Таким образом, наш подход обобщает известные соотношения на случай смещений конечной величины. Поскольку метод апробировался на данных о температурном режиме водной толщи в районе постановки Байкальского нейтринного телескопа, влияние солености на плотность обоснованно не учитывалось. Тем не менее, рассмотренный подход естественным образом обобщается на ситуации, в которых этим влиянием нельзя пренебречь. В таком варианте методика применима к исследованию динамики в естественных водоемах разного типа. При наличии подробных данных о температуре и солености предлагаемый метод оценки пространственно-временных масштабов вертикального водообмена можно использовать для исследования крупномасштабных динамических процессов в океанологии.

Экспериментальные данные получены при финансовой поддержке Российского фонда фундамен-

тальных исследований (гранты 05-05-97262, 05-02-16593, 06-02-31005, 07-05-00948). Работа выполнена при поддержке проекта 02.740.11.0018 Федерального агентства по науке и инновациям, проекта РНП.2.2.1.1.7334 НОЦ «Байкал» и аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 гг.)» (проект РНП.2.2.1.1/1483, 2.1.1/1539).

*СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ*

1. Budnev N.M., Lovtsov S.V., Parfenov Yu.V., et al. The hydrophysical processes in the south Baikal from the point of view of long-term temperature monitoring data // The fourth Vereshchagin Baikal Conference (Irkutsk, 26 September - 1 October, 2005). Irkutsk.: Institute of Geography SB RAS Publishers, 2005. P. 24–25.

2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2001. 736 с.

3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М.: Физматлит, 2004. 224 с.

4. Буднев Н.М., Ловцов С.В., Парфенов Ю.В. и др. О случаях прибрежного апвеллинга в Южном Байкале по измерениям температуры на буйковых станциях в районе нейтринного телескопа // Избранные тексты докладов международной конференции «Потоки и структуры в жидкостях» (Санкт-Петербург, 2–5 июля, 2007). М.: Изд-во ИПМ РАН, 2008. С. 35–39.

*Иркутский государственный университет, Иркутск*