

УДК 539.1

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО ПРОСТРАНСТВЕННОМУ ПАРАМЕТРУ ВЫЛЕТА ЧАСТИЦЫ С В ПРОЦЕССЕ А+В→С+D В СИСТЕМЕ МИШЕНИ ЧАСТИЦЫ В**

<sup>1</sup>А.Н.Валл, <sup>2</sup>А.А.Владимиров, <sup>1</sup>И.А.Перевалова, <sup>1</sup>О.Н.Солдатенко

**THE DISTRIBUTION OF PARTICLE C IN THE SPATIAL OUT-GOING PARAMETER IN LOCAL FRAME OF PARTICLE B IN PROCESS A+B→C+D**

<sup>1</sup>A.N.Vall, <sup>2</sup>A.A.Vladimirov, <sup>1</sup>I.A.Perevalova, <sup>1</sup>O.N.Soldatenko

Получена точная связь между дифференциальными сечениями по поперечному импульсу и пространственному параметру вылета детектируемой частицы в лабораторной системе координат ЛСК частицы В. Обсуждаются технические трудности использования полученных выражений при конкретных расчетах по сравнению с описанием в системе центра масс. Анализируется метод пересчета сечения из лабораторной системы координат в систему центра масс.

Exact connection is received between differential cross-section in the transverse momentum and spatial parameter of the detecting out-going particle. Technical difficulties of use of the received expressions are discussed at concrete calculations in comparison with center mass frame. The method of recalculation from local frame in center mass frame is described.

**Дифференциальное сечение по пространственному параметру вылета частицы С**

Как было показано в работах [1] и [2], дифференциальные сечения детектируемой частицы С по пространственному параметру  $b$  в системе центра масс (СЦМ) и системе мишени (СМ) равны соответственно

$$\frac{d\sigma^+}{d\mu} = \frac{1}{2\pi} \mu th(\pi\mu) \kappa(\mu) \int_0^1 \frac{dz}{z} P_{-\frac{1}{2}+i\mu} \left(\frac{1}{z}\right) \left(\frac{d\sigma}{dz}\right)_{СЦМ} \quad (1)$$

$$\frac{d\sigma^+}{db} = \frac{b}{2\pi} \int_0^1 \frac{dz}{z} \vartheta[b - R_0(q)] \times q^2 th(\pi\mu) \kappa(\mu) P_{-\frac{1}{2}+i\mu} \left(\frac{1}{z}\right) \left(\frac{d\sigma}{dz}\right)_{ЛСК}, \quad (2)$$

где  $\mu = \left(b^2 q^2 - \frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$ ,  $\kappa(\mu) = \sqrt{\pi} \left| \Gamma\left(\frac{i\mu}{2} + \frac{1}{4}\right) \right|^2$ ,

$P_{-\frac{1}{2}+i\mu} \left(\frac{1}{z}\right)$  – функция конуса,

$\bar{\xi}(\bar{q}_\perp, \bar{\mu})$  – функция Шапиро,

$R_0(q) = \frac{\hbar}{2q}$ ,  $\vartheta(x)$  – разрывная функция,

$q^2$  – квадрат импульса частицы С. Аналогичные выражения справедливы для  $\frac{d\sigma^-}{d\mu}$  и  $\frac{d\sigma^-}{db}$  при соответствующих заменах пределов интегрирования по переменной  $z$ .

Из приведенных выражений видно, что в отличие от процесса в СЦМ частиц А и В, в СМ зависимость от угла рассеяния содержится также в индексе функции конуса  $\mu$  и энергии  $E_C$ . Это сильно усложняет расчеты. Однако большое количество экспериментов связано конкретно с рассеянием пучка частиц на покоящейся мишени, т.е. в лабораторной системе мишени. Здесь нужно отметить, что функция распределения по пространственному параметру  $b$  в СМ частицы В и в СЦМ частиц А и В описывает физически две различные ситуации. Наибольший интерес представляет функция распределения в СЦМ. Она описывает пространственную картину

области, где рождается частица С, на адронных масштабах. Можно ожидать, что структура этой области в процессах  $e^+e^-$ ,  $M\bar{N}$ ,  $\pi^+\pi^-$  и т.д. (нулевые квантовые числа) будет одинакова и зависит только от полной энергии  $\sqrt{s}$ .

В связи с этим возникает вопрос о возможности моделирования распределения в СЦМ по экспериментальным данным распределения в системе мишени. На первый взгляд, ответ заключен в трансформационных свойствах дифференциальных сечений при лоренц-преобразованиях. С другой стороны, система центра масс и система мишени реализуются в совершенно различных экспериментах – столкновение на встречных пучках и рассеяние пучка на фиксированной мишени. Экспериментальные и систематические ошибки, сопровождающие эти эксперименты, могут иметь различную природу. Поэтому при формальном пересчете сечения из одной системы в другую вопрос о достоверности коридора ошибок в полученном сечении очень актуален. Оставляя пока в стороне этот вопрос, получим формально связь между сечениями в СЦМ и в СМ.

Такой пересчет возможен, так как он соответствует лоренц-преобразованиям вдоль оси  $z$ , задаваемой импульсом частицы  $\vec{p}_A$ .

Рассмотрим процесс  $A+B \rightarrow C+D$ , где С – детектируемая частица. Обозначим через  $z = \cos \theta$ , где  $\theta$  – угол рассеяния частицы С в системе мишени частицы В, т.е.  $\vec{p}_B = 0$ ,  $\vec{p}_B$  – импульс частицы В. Переход в систему центра масс частиц А и В соответствует лоренц-преобразованию вдоль импульса  $\vec{p}_A$  (импульс частицы А в СМ) со скоростью  $x$ , равной:

$$v = \frac{p_A}{E_A + m_B}.$$

Таким образом,  $x$  – это скорость системы центра масс относительно СМ. При таком преобразовании поперечный импульс частицы С не меняется, а продольная часть импульса и энергия преобразуются известным образом (ось  $z$  направлена вдоль  $\vec{p}_A$ ):

$$\begin{aligned} p \sin \theta &= p^* \sin \theta^*, \\ p \cos \theta &= \gamma(p^* \cos \theta^* + vE^*), \\ E &= \gamma(E^* + v p^* \cos \theta^*). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $p, E, \theta$  – импульс, энергия и угол рассеяния частицы С в СМ, а звездочкой обозначены соответствующие величины в СЦМ. Из первых двух соотношений следует связь между углами рассеяния в различных системах:

$$\gamma \cdot \operatorname{tg} \theta = \frac{\sqrt{1-z^{*2}}}{\alpha + z^*}, \quad (5)$$

где  $z^* = \cos \theta^*$ ,  $\alpha = \frac{v}{v^*}$ ,  $v^* = \frac{p^*}{E^*}$ ,  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$ .

Решение этого уравнения относительно  $z^*$  приводит к соответствующим преобразованиям  $z^* = g(z)$ . Введем одномерную функцию распределения  $\varpi(z)$ :

$$\varpi(z) = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{dz} \quad (6)$$

где  $\frac{d\sigma}{dz}$  – дифференциальное сечение рассеяния в СМ.

Ее закон преобразования следует из лоренц-инвариантности сечения  $\sigma$ :

$$\int \varpi(z) dz = \int \varpi^*(z^*) dz^* = 1, \quad (7)$$

где  $\varpi^*(z^*) = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{dz^*}$ , а  $\frac{d\sigma}{dz^*}$  – дифференциальное сечение рассеяния в СЦМ.

Отсюда следует, что

$$\varpi^*(z^* = g(z)) = \Gamma(z) \cdot \varpi(z),$$

$$\Gamma(z) = \left| \frac{dg(z)}{dz} \right|^{-1}. \quad (8)$$

Это основное соотношение, которое связывает дифференциальное сечение в СМ с дифференциальным сечением в СЦМ при заданном  $g(z)$ . Следует отметить, что  $dz$  и  $dz^*$  – положительные линейные меры в пространствах  $z$  и  $z^*$ , т.е. пределы интегрирования в (7) берутся всегда от минимального значения до максимального.

Найдем функцию  $g(z)$  из уравнения (5). Прежде всего, выделим характерные для этого соотношения точки по  $\theta$  и  $\theta^*$  (рис. 1).

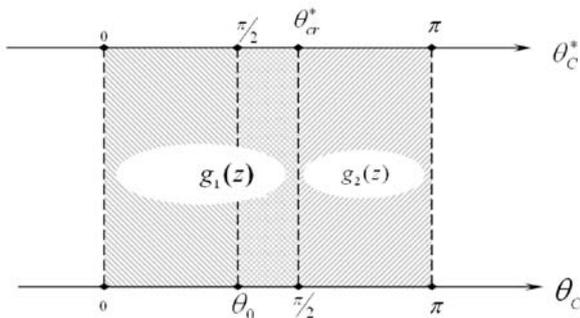


Рис. 1. Соотношение значений угла рассеяния в системе центра масс и в системе мишени.

Пусть  $\alpha = \frac{v}{v^*} \leq 1$ .

В этом случае точке  $\theta = \frac{\pi}{2}$  соответствует точка  $z^* = z_{cr}^* = -\alpha$ , а точке  $z^* = 0$  – точка  $\theta = \theta_0$ , которая определяется условием

$$\gamma \cdot \operatorname{tg} \theta_0 = \alpha^{-1}. \quad (9)$$

Уравнение (5) является квадратным уравнением относительно  $z^*$  и имеет два корня.

После простых преобразований получим явную зависимость  $z^*(z) = g(z)$  в виде

$$g(z) = \begin{cases} g_1(z), & 0 \leq z \leq 1, \\ g_2(z), & -1 \leq z \leq 0, \end{cases} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} g_1(z) &= -\frac{1}{1+\chi^2} \cdot \left( \alpha\chi^2 - \sqrt{1+\chi^2(1-\alpha^2)} \right), \\ g_2(z) &= -\frac{1}{1+\chi^2} \cdot \left( \alpha\chi^2 + \sqrt{1+\chi^2(1-\alpha^2)} \right), \\ \chi &= \gamma \cdot \operatorname{tg} \theta = \frac{\gamma}{z} \sqrt{1-z^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Отсюда следует, что

$$-\alpha \leq g_1(z) \leq 1, \quad -1 \leq g_2(z) \leq -\alpha,$$

причем

$$z_{cr}^* = g_1(0) = g_2(0) = -\alpha, \quad g_2(-1) = -1, \quad g_1(\cos \theta_0) = 0, \quad g_1(1) = 1.$$

Введем обозначения:

$$\Gamma(z) = \Gamma_1(z) = \left| \frac{dg_1(z)}{dz} \right|^{-1}, \quad 0 \leq z \leq 1; \quad (12)$$

$$\Gamma(z) = \Gamma_2(z) = \left| \frac{dg_2(z)}{dz} \right|^{-1}, \quad -1 \leq z \leq 0.$$

Прямое дифференцирование соотношений (11) приводит к следующим выражениям:

$$\begin{aligned} \frac{dg_1(z)}{dz} &= \frac{D(z) + 2\alpha z}{\gamma^2 (1-v^2 z^2)^2}, \quad 0 \leq z \leq 1, \\ \frac{dg_2(z)}{dz} &= \frac{D(z) + 2\alpha z}{\gamma^2 (1-v^2 z^2)^2}, \quad -1 \leq z \leq 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$D(z) = \sqrt{z^2 + a^2(1-z^2)} \left[ 2 - \frac{a^2(1-v^2 z^2)}{z^2 + a^2(1-z^2)} \right],$$

$$a^2 = \gamma^2(1-\alpha^2) = \frac{1-v^2/v^{*2}}{1-v^2/c^2} \leq 1,$$

при

$$\alpha = \frac{v}{v^*} \leq 1.$$

Таким образом,  $\Gamma(z)_1$  и  $\Gamma(z)_2$  – значения единой функции  $\Gamma(z)$ , заданной в соответствующих областях:

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

$$\Gamma(z) = \frac{\gamma^2 (1 - \nu^2 z^2)^2}{D(z) + 2\alpha z}, \quad -1 \leq z \leq 1. \quad (14)$$

Здесь учтено, что  $D(z) > 2\alpha |z|$ .

Если в решениях (11) перейдем от  $\chi$  к переменной  $z$ , то нетрудно получить, что функции  $g_1(z)$  и  $g_2(z)$  также являются значениями единой функции  $g(z)$ :

$$g(z) = -\alpha \frac{1 - z^2}{1 - \nu^2 z^2} + z \frac{1 - \nu^2}{1 - \nu^2 z^2} \sqrt{a^2 + (1 - a^2)z^2}, \quad (15)$$

$$-1 \leq z \leq 1,$$

связанной с  $g_1(z)$  и  $g_2(z)$  соотношением (10). Соответственно формула пересчета дифференциального сечения из СМ в СЦМ имеет вид

$$\frac{d\sigma}{dz^*}(z^* = g(z)) = \Gamma(z) \frac{d\sigma}{dz}, \quad -1 \leq z \leq 1. \quad (16)$$

Отсюда для дифференциального сечения  $\frac{d\sigma^\pm}{dz^*}$  — рассеяние в переднюю ( $0 \leq \theta^* \leq \pi/2$ ) и заднюю ( $\pi/2 \leq \theta^* \leq \pi$ ) полусферу следует:

$$\frac{d\sigma^+}{dz^*}(z^* = g(z)) = \Gamma(z) \frac{d\sigma}{dz}, \quad 0 \leq \theta \leq \theta_0, \quad (17)$$

$$\frac{d\sigma^-}{dz^*}(z^* = g(z)) = \Gamma(z) \frac{d\sigma}{dz}, \quad \theta_0 \leq \theta \leq \pi,$$

где угол  $\theta_0$  определен соотношением (9).

Ниже на рис. 2 приведены характерные кривые  $g(z)$ : для процесса фоторождения  $\pi^0$ -мезона на протоне при  $\sqrt{s} = 3$  ГэВ,  $p_A = E_A = 4$  ГэВ,  $m_A = 0$ ,  $m_B = 1$ ,  $\Rightarrow \alpha = 0.83$ ,  $a^2 = 0.89$ ,  $\gamma = 1.67$ ,  $\nu^2 = 0.64$ ; для процесса упругого рассеяния  $\pi$ -мезона на протоне при  $p_A = 5$  ГэВ,  $m_A = m_C = 0.138$  ГэВ,  $m_B = m_D = 0.98$  ГэВ,  $p_B = 0 \Rightarrow \alpha = 0.84$ ,  $\sqrt{s} = 3.28$  ГэВ,  $a^2 = 0.983$ ,  $\gamma = 1.82$ ,  $\nu^2 = 0.699$ .

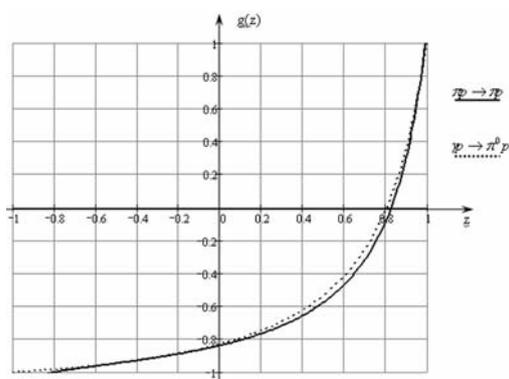


Рис. 2. Функция  $g(z)$  для процесса фоторождения  $\pi^0$ - мезона на протоне и для процесса упругого рассеяния  $\pi$ - мезона на протоне.

1. Polyakov M.V., Soldatenko O.N., Vall A.N., Vladimirov A.A. Spatial image of hadrons from scattering I, hep - ph, 0708.2857;
2. Bobrovskaya N.I., Polyakov M.V., Vall A.N., Vladimirov A.A. Distribution function on coordinates of effective area generation of a particle II, hep - ph, 0798.2953;
3. Gol'danskii V.I., Rozenal I.L., Nikitin Yu.P., Kinematic Methods in High Energy Physics. Harwood Academic, (Medical, Reference and Social Sci.), 1989
4. Byckling E., Kajantie K. Particle Kinematics. John Wiley and Sons, London; New York; Sydney; Toronto: 1973.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля, М.: Наука, 1967.

<sup>1</sup>Иркутский государственный университет, Иркутск  
<sup>2</sup>Объединенный институт ядерных исследований, Дубна