

УДК: 550.388.2

ВЛИЯНИЕ ОБЛАКА СЛУЧАЙНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ РАДИОВОЛН, ОТРАЖЕННЫХ ОТ ИОНОСФЕРЫ

О.А. Ларюнин, Н.Т. Афанасьев

THE INFLUENCE OF RANDOM INHOMOGENEITY CLOUD ON PARAMETERS OF RADIO WAVES REFLECTED FROM THE IONOSPHERE

O.A. Laryunin, N.T. Afanasiev

В работе рассмотрен случай вертикального падения радиоволн на слой ионосферной плазмы, содержащей случайные неоднородности электронной плотности, сосредоточенные в крупномасштабном облаке. Выберем гауссову модель для описания локализации облака в пространстве. Тогда интенсивность неоднородностей будет зависеть от высоты z по закону:

$$\langle \varepsilon_1^2 \rangle = \langle \varepsilon_1^2 \rangle_0 \exp \left[- \left(\frac{z - z_b}{b} \right)^2 \right], \quad (1)$$

где z_b – центр неоднородности, где интенсивность максимальна, b – характерный масштаб, на котором интенсивность спадает в e раз. Таким образом, к трем неизвестным параметрам неоднородностей V (скорость), l (масштаб), и $\langle \varepsilon_1^2 \rangle$ (интенсивность) мы добавляем еще два: b и z_b .

The problem of vertical propagation of radio waves through an ionospheric plasma layer is considered. The layer contains random irregularities of electron density, concentrated in a large cloud. The irregularities are characterized by the Gaussian correlation ellipsoid. The cloud containing irregularities is distributed in space also according to Gaussian Law. For this model, using the perturbation method under the geometric optics approximation, approximate formulas for arrival angle, phase and Doppler frequency shift dispersions are derived. The expressions obtained are analyzed for different irregularity cloud locations relatively to the reflection height. The features of behaviour of statistical radio wave characteristics are analyzed for fixed-frequency sounding and multi-frequency sounding. The possibilities for solving the inverse problem of determining the parameters of the large-scale irregularity formation and its fine structure are discussed.

Доплеровское смещение частоты

С учетом добавочного множителя запишем полученное в [1] выражение для дисперсии доплеровского смещения частоты сигнала:

$$\sigma_f^2 = 6\sqrt{\pi} \langle \varepsilon_1^2 \rangle_0 \frac{f^2}{c^2} V^2 l^{-3} \times \int_0^{z_{om}} \exp \left[- \left(\frac{z - z_b}{b} \right)^2 \right] \varepsilon_0(z) \left(\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial z} \right)^{-2} dz. \quad (2)$$

Для оценки этого интеграла правомерно использовать метод Лапласа, идея которого заключается в следующем: если в подынтегральном выражении есть экспоненциальная функция, показательная функция которой имеет максимум, то основной вклад в интеграл дает окрестность максимума показателя:

$$\int_a^b f(x) \exp(g(x)) \approx f(x_m) \exp(g(x_m)) \sqrt{\frac{2\pi}{-g''(x_m)}}. \quad (3)$$

где x_m – точка максимума функции g .

Применяя метод Лапласа к выражению (2), трудно получить:

$$\sigma_f^2 = 6\sqrt{\pi} \langle \varepsilon_1^2 \rangle_0 \frac{f^2}{c^2} V^2 l^{-3} b \varepsilon_0(z_b) \left(\frac{\partial \varepsilon_0(z_b)}{\partial z} \right)^{-2}. \quad (4)$$

Для наглядной интерпретации выражения (4) воспользуемся моделью линейного слоя плазмы

$\varepsilon_0(z) = 1 - \alpha z$. Учитывая $\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial z} = -\alpha$, получим:

$$\sigma_f^2 = 6\sqrt{\pi} \langle \varepsilon_1^2 \rangle_0 \frac{f^2}{c^2} V^2 l^{-3} b (1 - \alpha z_b) \alpha^{-2}. \quad (5)$$

Здесь необходимо рассмотреть два случая.

Случай 1. Частота зондирования фиксирована, $f = \text{const}$. Тогда с ростом высоты облака z_b будет наблюдаться линейный спад дисперсии доплеровского смещения: $\sigma_f^2 \propto (1 - \alpha z_b)$.

Следует отметить, что при приближении z_b к высоте отражения радиоволны $z_b \rightarrow z_{om}$ (т. е. $(1 - \alpha z_b) \rightarrow (1 - \alpha z_{om}) = 0$) выражение (5) становится неверным, так как в этой окрестности метод Лапласа некорректен. Действительно, в этом случае в формуле (3) точка x_m приближенно равна верхнему пределу интегрирования. Поэтому мы будем использовать другой асимптотический метод для расчета σ_f^2

при $z_b = z_{om}$ и для аппроксимации σ_f^2 при $z_b \rightarrow z_{om}$. Идея этого метода состоит в том, что под интегралом в выражении (2) делается замена $z - z_b = y$ с соответствующим сдвигом пределов интегрирования. После этого нижний предел заменяется на $-\infty$, как и в методе Лапласа. Это правомерно, так как в этой области вклад в интеграл ничтожен. Область интегрирования разбивается на два участка: $\{-\infty; 0\}$ и $\{0; z_{om} - z_b\}$. После преобразований из (2) можно получить с точностью до квадратичного члена

(здесь $A = 6\sqrt{\pi} \langle \varepsilon_1^2 \rangle_0 \frac{f^2}{c^2} V^2 l^{-3}$):

$$\sigma_f^2 = A \alpha (z_{om} - z_b) \left[\int_{-\infty}^0 \exp \left(- \frac{y^2}{b^2} \right) dy + \int_0^{(z_{om} - z_b)} \exp \left(- \frac{y^2}{b^2} \right) dy \right] -$$

$$-A\alpha \left[\int_{-\infty}^0 y \exp\left(-\frac{y^2}{b^2}\right) dy + \int_0^{(z_{om}-z_b)} y \exp\left(-\frac{y^2}{b^2}\right) dy \right] =$$

$$A \frac{\alpha b^2}{2} + A \frac{\sqrt{\pi}\alpha b}{2} (z_{om} - z_b) +$$

$$+ A \frac{\alpha}{2} (z_{om} - z_b)^2 + o(z_{om} - z_b)^2. \quad (6)$$

Случай 2. Считая облако неоднородностей неподвижным, $z_b = const$, будем менять частоту зондирования f . Для подстановки в выражение (5) найдем зависимость от частоты интенсивности неоднородностей $\langle \varepsilon_1^2 \rangle$. Диэлектрическая проницаемость связана с электронной плотностью N выражением $\varepsilon = 1 - \frac{Ne^2}{\pi m f^2}$, откуда нетрудно получить:

$$\langle \varepsilon_1^2 \rangle = \left\langle \left(\frac{\Delta N}{N} \right)^2 \right\rangle \left(\frac{Ne^2}{\pi m f^2} \right)^2, \quad (7)$$

где ΔN и N – возмущенное и фоновое значения электронной плотности. Таким образом $\langle \varepsilon_1^2 \rangle \propto f^{-4}$.

Наклон α линейного слоя есть

$$\alpha = \frac{f_{кр}^2}{f^2 y_m} \quad (8)$$

где $f_{кр}$ – критическая частота, y_m – толщина слоя.

Таким образом,

$$\sigma_f^2 = 6\pi \frac{f^2}{c^2} \left\langle \left(\frac{\Delta N}{N} \right)^2 \right\rangle \left(\frac{Ne^2}{\pi m f^2} \right)^2 \times$$

$$\times V^2 l^{-3} b \left(1 - \frac{f_{кр}^2}{f^2} \frac{z_b}{y_m} \right) \left(\frac{f_{кр}^2}{f^2 y_m} \right)^{-2} = A_1 \left(f^2 - f_{кр}^2 \frac{z_b}{y_m} \right), \quad (9)$$

$$\text{где } A_1 = \frac{6\pi}{c^2} \left\langle \left(\frac{\Delta N}{N} \right)^2 \right\rangle \left(\frac{Ne^2}{\pi m} \right)^2 V^2 l^{-3} b \frac{y_m^2}{f_{кр}^4}.$$

Теперь, измерив дисперсии доплеровского смещения сигнала σ_1 и σ_2 на двух частотах f_1 и f_2 , можно определить параметр z_b : решение системы

$$\sigma_1^2 = A_1 \left(f_1^2 - f_{кр}^2 \frac{z_b}{y_m} \right); \quad \sigma_2^2 = A_1 \left(f_2^2 - f_{кр}^2 \frac{z_b}{y_m} \right)$$

есть

$$z_b = \frac{\sigma_2^2 f_1^2 - \sigma_1^2 f_2^2}{f_{кр}^2 (\sigma_2^2 - \sigma_1^2)} y_m. \quad (10)$$

Фазовый путь

С учетом локализации в пространстве выражение для дисперсии фазового пути из [2] примет вид:

$$\sigma_p^2 = 4\sqrt{\pi} \langle \varepsilon_1^2 \rangle_0 l \int_0^{z_{om}} \exp\left[-\left(\frac{z-z_b}{b}\right)^2\right] \varepsilon_0(z) \times$$

$$\times \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_0}{\partial z^2} \right)^2 \left(\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial z} \right)^{-4} dz.$$

После оценки методом Лапласа получим

$$\sigma_p^2 = 4\pi \langle \varepsilon_1^2 \rangle_0 l b \varepsilon_0(z_b) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_0(z_b)}{\partial z^2} \right)^2 \left(\frac{\partial \varepsilon_0(z_b)}{\partial z} \right)^{-4}. \quad (11)$$

Вертикальный угол прихода

Полученное в предыдущей главе выражение для дисперсии вертикального угла прихода запишем с учетом локализации в пространстве:

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{2\sqrt{\pi} \langle \tilde{\varepsilon}^2 \rangle c}{l} \varphi_0^4(0) \int_0^t \exp\left[-\left(\frac{z-z_b}{b}\right)^2\right] \times$$

$$\times \exp\left(-4c \int \frac{\partial n_0}{\partial z} dt\right) \frac{1}{n_0} dt.$$

Для линейного слоя оно примет вид:

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{2\sqrt{\pi} \langle \tilde{\varepsilon}^2 \rangle c}{l} \varphi_0^4(0) \int_0^t \exp\left[-\left(\frac{z-z_b}{b}\right)^2\right] \times$$

$$\times \left(1 - \frac{\alpha ct}{2} \right)^{-5} dt. \quad (12)$$

Учитывая, что для линейного слоя высота z и время группового запаздывания t связаны выражения $\sqrt{1-\alpha z} = \left(1 - \frac{\alpha ct}{2} \right) = n_0$, а также с учетом уравнение $\frac{dz}{dt} = cn_0$, перейдем к переменной интегрирования z :

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{2\sqrt{\pi} \langle \tilde{\varepsilon}^2 \rangle c}{l} \varphi_0^4(0) \times$$

$$\times \int_0^{z_{om}} \exp\left[-\left(\frac{z-z_b}{b}\right)^2\right] (1-\alpha z)^{-3} dz. \quad (13)$$

При условии, что высота облака неоднородностей z_b существенно отличается от высоты отражения z_{om} , корректен метод Лапласа, который дает:

$$\sigma_\varphi^2 \approx \frac{2\pi \langle \tilde{\varepsilon}^2 \rangle c}{l} \varphi_0^4(0) b (1-\alpha z_b)^{-3}. \quad (14)$$

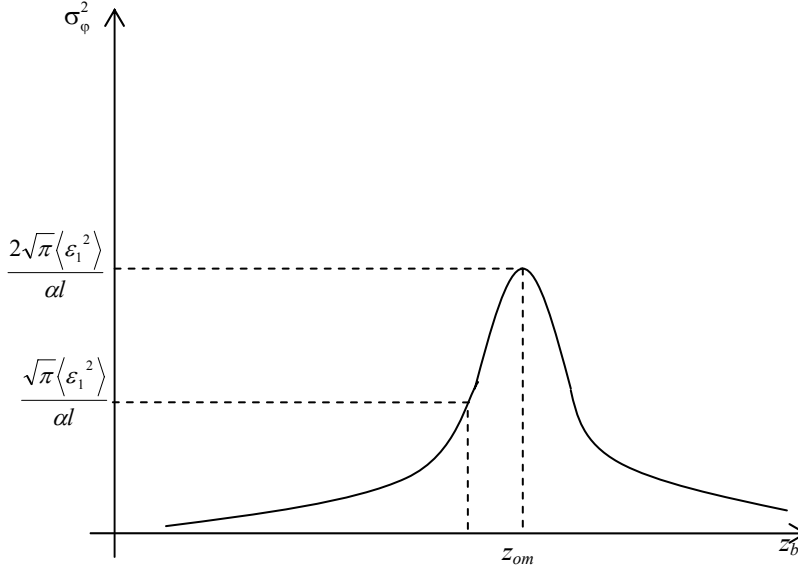
Таким образом при малых начальных углах излучения $\varphi_0(0)$ дисперсия вертикального угла прихода мала, и на эксперименте не будет выделяться относительно шума. Иная ситуация, когда z_b приближается к z_{om} . В этом случае применять метод Лапласа к оценке интеграла (13) нельзя, но вместо этого применимо асимптотическое разложение экспоненты под интегралом в ряд Тейлора вблизи точки z_b . Имеем

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{2\sqrt{\pi} \langle \tilde{\varepsilon}^2 \rangle c}{l} \varphi_0^4(0) \times$$

$$\times \int_0^{z_{om}} \left(1 - \left(\frac{z-z_b}{b} \right)^2 \right) (1-\alpha z)^{-3} dz. \quad (15)$$

При строгом равенстве $z_{om}=z_b$ мы придет к результату, полученному в [2]:

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{2\sqrt{\pi} \langle \tilde{\varepsilon}^2 \rangle}{\alpha l}. \quad (15a).$$



Второй член разложения экспоненты даст нам асимптотическое поведение σ_ϕ^2 при $z_b \rightarrow z_{om}$. Интегралы вида $\int_0^{z_{om}} z^k (1-\alpha z)^{-3} dz$ в выражении (15), $k=1, 2$, находились методом неопределенных коэффициентов. Приведем конечный результат:

$$\begin{aligned} \sigma_\phi^2 = & \frac{2\sqrt{\pi}\langle\tilde{\epsilon}^2\rangle c}{l} \phi_0^4(0) \left\{ \frac{1}{\alpha c \phi_0^4(0)} + \frac{1}{\alpha c b^2} \times \right. \\ & \times \left[\frac{\ln \phi_0^2(0)}{\alpha^2} + \frac{2}{\alpha \phi_0^2(0)} \left(\frac{1}{\alpha} - z_b \right) + \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{\phi_0^4(0)} \left(\frac{-1}{2\alpha^2} + \frac{z_b}{\alpha} - \frac{z_b^2}{2} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

Далее учтем, что $\lim_{y \rightarrow 0} y^4 \ln y^2 = 0$; второе слагаемое в квадратных скобках также исчезающе мало по сравнению с третьим в силу большей степени $\phi_0(0)$. Тогда выражение (16) примет вид:

$$\begin{aligned} \sigma_\phi^2 = & \frac{2\sqrt{\pi}\langle\tilde{\epsilon}^2\rangle}{\alpha l} \left[1 - \frac{(1-\alpha z_b)^2}{\alpha^2 b^2} \right] = \\ = & \frac{2\sqrt{\pi}\langle\tilde{\epsilon}^2\rangle}{\alpha l} \left[1 - \frac{(z_{om} - z_b)^2}{b^2} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Данная зависимость проиллюстрирована на рисунке.

Постановка обратной задачи

Мы обнаружили удивительный факт: при приближении центра неоднородности к высоте отражения дисперсия вертикального угла прихода имеет резкий максимум, в окрестности которого спадает по квадратичному закону. Это дает возможность определять высоту облака, зондируя ионо-

сферу в многочастотном режиме. Зафиксировав частоту, на которой наблюдается максимум, можно утверждать, что соответствующая ей высота отражения радиоволны равна высоте облака неоднородностей. Этот факт верен для любого слоя, а не только для линейной модели. Параметр b можно определить, измерив полуширину максимума (см. рисунок):

действительно, согласно (17),

$$b = \sqrt{2} |z_{om}(1/2) - z_b|. \quad (19)$$

Алгоритм определения параметров V , l и $\langle\epsilon_1^2\rangle$ следующий: окрестность точки отражения (но не весь слой) аппроксимируем линейной моделью, задав наклон α – этого достаточно для приближенного определения дисперсии угла по формуле (15а). Еще раз отметим, что под σ_ϕ^2 в (15а) подразумевается максимально наблюдаемое значение дисперсии (согласно рисунку). Кроме того, мы полагаем, что отражение радиоволн происходит вдали от уровней максимальной ионизации ионосферы, где $\frac{\partial \epsilon_0}{\partial z}$ отличается от нуля.

Теперь решим систему из трех уравнений (4), (11) и (15а) на три неизвестные V , l и $\langle\epsilon_1^2\rangle$. Получим:

$$\begin{aligned} l = & \frac{\sigma_p}{\sigma_\phi} \frac{1}{\pi^{3/4} \sqrt{2\alpha b \epsilon_0(z_b)}} \left(\frac{\partial^2 \epsilon_0(z_b)}{\partial z^2} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \epsilon_0(z_b)}{\partial z} \right)^2 \\ \langle\tilde{\epsilon}^2\rangle = & \frac{\sigma_p \sigma_\phi \sqrt{\alpha}}{2\pi^{3/4} \sqrt{2b \epsilon_0(z_b)}} \left(\frac{\partial^2 \epsilon_0(z_b)}{\partial z^2} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \epsilon_0(z_b)}{\partial z} \right)^2 \\ V = & \frac{c}{f} \frac{\sigma_p \sigma_f}{\sigma_\phi^2} \frac{1}{\sqrt{6\pi \alpha b \epsilon_0(z_b)}} \left(\frac{\partial^2 \epsilon_0(z_b)}{\partial z^2} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \epsilon_0(z_b)}{\partial z} \right)^3. \end{aligned}$$

Необходимо сказать несколько слов о правомерности использования гауссовой модели в этой работе. Данная модель широко используется в распростране-

нии радиоволн по крайней мере по двум причинам: она удобна с математической точки зрения (хорошо интегрируется и дифференцируется) и близка к реальности, что подтверждается экспериментом. Применение гауссовой модели позволило нам получить показательные формулы, которые наглядным образом иллюстрируют зависимость параметров неоднородностей от характеристик ионосферы.

2. Ларюнин О.А., Афанасьев Н.Т. Радиофизический мониторинг тонкой структуры ионосферной плазмы над заданным регионом // Труды десятой Всероссийской научной конференции студентов-физиков и молодых ученых. М.: 2004. С. 901–902.

Иркутский государственный университет, Иркутск

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ларюнин О.А., Афанасьев Н.Т. О флуктуациях доплеровского смещения частоты при вертикальном зондировании ионосферы // Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике. Труды VI Сессии молодых ученых «Волновые процессы в проблеме космической погоды». Иркутск, 2003. С. 138–139.