

УДК 533.9+533.951

АЛЬВЕНОВСКИЙ РЕЗОНАНС В ДИПОЛЬНОЙ МАГНИТОСФЕРЕ С ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАЗМОЙ

Д.А. Козлов, А.С. Леонович

ALFVEN RESONANCE IN THE DIPOLE MAGNETOSPHERE WITH ROTATING PLASMA

D.A. Kozlov, A.S. Leonovich

Развита теория альвеновского резонанса в модели магнитосферы с дипольным магнитным полем и движущейся плазмой. Определена пространственная структура резонансных альвеновских колебаний, возбуждаемых полем монохроматической быстрой магнитозвуковой (БМЗ) волны. Показано, что области с большим градиентом скорости движения фоновой плазмы (магнитопауза и плазмопауза) характеризуются немонотонным поведением фазы альвеновских колебаний поперек резонансного слоя и асимметрией профиля их амплитуды.

The theory of field line resonance has been developed for the magnetosphere model with a dipole magnetic field and rotating plasma. A spatial structure of resonant Alfvén oscillations driven by the field of a monochromatic fast magnetosonic wave has been found. It is shown that a phase of a resonant Alfvén wave varies non-monotonically across a resonant layer in regions with high gradient of background plasma velocity (magnetopause and plasmopause).

Введение

В [1] было показано, что альвеновские колебания могут возбуждаться монохроматическими БМЗ-волнами на резонансных оболочках, где локальная частота альвеновской волны совпадает с частотой источника. Теория этого явления, названного в магнитосферных исследованиях «field line resonance», оказалась одной из наиболее продуктивных для изучения магнитосферных МГД-колебаний. Она была подробно разработана во многих работах. Для случая двумернонеоднородной плазмы в модели магнитосферы с дипольно-подобным магнитным полем задача об альвеновском резонансе была решена в [2, 3].

В настоящей работе впервые проведено исследование пространственной структуры резонансных альвеновских колебаний, возбуждаемых монохроматической БМЗ-волной, в дипольной магнитосфере с движущейся плазмой.

Модель среды и основное уравнение

Чтобы учесть фактор движения плазмы, используем самосогласованную модель магнитосферы с дипольноподобным магнитным полем и плазмой, вращающейся в азимутальном направлении [4]. Введем ортогональную криволинейную систему координат, связанную с силовыми линиями магнитного поля. Координата x^3 направлена вдоль силовой линии, x^1 – поперек магнитных оболочек, а x^2 – в азимутальном направлении, дополняя систему координат до правосторонней (рис. 1).

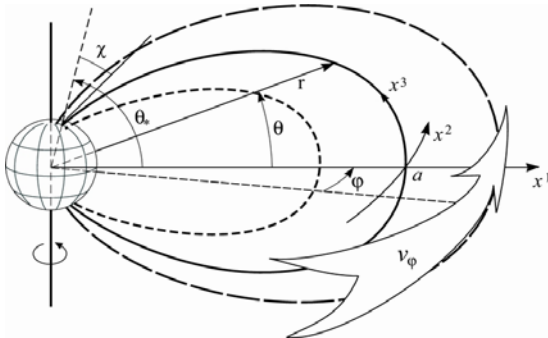


Рис. 1. Криволинейная ортогональная система координат (x^1 , x^2 , x^3), связанная с силовыми линиями магнитного поля и неортогональная система координат (α , φ , θ), использованная в численных расчетах.

Для исследования структуры резонансных альвеновских колебаний используем систему уравнений идеальной МГД:

$$\begin{aligned} \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= -\nabla P + \frac{1}{4\pi} [(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}], \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \nabla \times [\mathbf{v} \times \mathbf{B}], \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} &= -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}), \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{P}{\rho^\gamma} \right) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где \mathbf{B} – вектор напряженности магнитного поля, \mathbf{v} – вектор скорости, ρ – плотность плазмы, P – давление плазмы, γ – показатель адиабаты, $d/dt \equiv \partial/\partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla)$ – полная Лагранжева производная по времени. В стационарном состоянии ($\partial/\partial t \equiv 0$) система уравнений (1) описывает распределение равновесных параметров плазмы \mathbf{B}_0 , \mathbf{v}_0 , P_0 и ρ_0 .

Возмущенное электрическое поле МГД-колебаний можно представить в виде $\mathbf{E} = -\nabla \varphi + \nabla \times \boldsymbol{\psi}$, где скалярный потенциал φ в главном порядке теории возмущений описывает альвеновские волны, а векторный потенциал $\boldsymbol{\psi}$ – магнитозвуковые колебания.

После линеаризации исходных уравнений относительно малого возмущения, связанного с МГД-колебаниями, и необходимых преобразований, получаем следующее уравнение:

$$\nabla_1 \hat{L}_T (\nabla_1 \varphi - (\nabla_1 \ln \bar{\omega}) \varphi) - k_2^2 \hat{L}_p \varphi = \hat{L}_s \boldsymbol{\psi}, \quad (2)$$

где $\bar{\omega} = \omega - m\Omega$ – частота, модифицированная эффектом Доплера, $\Omega = \Omega(x^1)$ – угловая скорость вращения плазмы, $p = \sqrt{g_2/g_1}$, g_i ($i = 1, 2, 3$) – компоненты метрического тензора,

$$\begin{aligned} \hat{L}_T(\bar{\omega}) &= \frac{\bar{\omega}^2}{A^2} p + \frac{1}{\sqrt{g_3}} \nabla_3 \frac{p}{\sqrt{g_3}} \nabla_3, \\ \hat{L}_p(\bar{\omega}) &= \frac{\bar{\omega}^2}{A^2} p^{-1} + \frac{1}{\sqrt{g_3}} \nabla_3 \frac{p^{-1}}{\sqrt{g_3}} \nabla_3. \end{aligned}$$

Выражение для оператора \hat{L}_s из-за его громоздкости не приводится. Правую часть уравнения (2), которая описывает источник резонансных альвенов-

ских волн — поле монохроматической БМЗ-волны, — будем считать заданной.

Пространственная структура резонансных альвеновских волн

Рассмотрим несколько первых гармоник стоячих альвеновских волн. Характерная длина волны таких колебаний в продольном направлении составляет порядка длины силовой линии. Характерный масштаб резонансных альвеновских колебаний поперек магнитных оболочек много меньше их продольной длины волны: $|\nabla_1 \phi / \phi| \gg |\nabla_3 \phi / \phi|$ [5]. Это позволяет искать решение уравнения (2) методом разных масштабов, представляя потенциал ϕ в виде

$$\phi = V(x^1)T(x^1, x^3) \exp(ik_2 x^2 - i\omega t), \quad (3)$$

где функция $V(x^1)$ описывает мелкомасштабную структуру колебаний поперек магнитных оболочек, а $T(x^1, x^3)$ — их структуру вдоль силовых линий геомагнитного поля.

Подставляя (3) в (2), в главном порядке теории возмущений получим уравнение

$$\hat{L}_T(\bar{\omega})T(x^3) = 0, \quad (4)$$

определяющее структуру резонансных альвеновских волн вдоль силовой линии. Граничные условия на ионосферах Южного и Северного полушария в этом порядке имеют вид: $T(x^3_{\pm}) = 0$. Решением уравнения (4) являются собственные функции T_N ($N = 1, 2, 3, \dots$ — продольное волновое число) и соответствующие им собственные частоты $\bar{\omega} = \Omega_N$. Решение (4) для основных гармоник может быть найдено только численно. На рис. 2 представлена структура первых трех продольных гармоник резонансных альвеновских волн. На рис. 3 приведены распределения собственных частот этих колебаний Ω_N поперек магнитных оболочек. Положение магнитных поверхностей, на которых для заданной частоты-БМЗ волны ω возможна резонансная раскачка альвеновских колебаний, определяется соотношением

$$\Omega_N(x^1_{TN}) = \omega - m\Omega(x^1_{TN}).$$

В следующем порядке теории возмущений получим уравнение, описывающее структуру альвеновских колебаний поперек магнитных оболочек. Вводя безразмерную переменную $\xi = (x^1 - x^1_{TN})/L_N$, где $L_N = \Omega_N / \nabla_1 \Omega_N$, можно записать это уравнение в виде

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (\xi + i\varepsilon) \frac{\partial}{\partial \xi} V_N + d_N (\xi + i\varepsilon) \frac{\partial}{\partial \xi} V_N - \kappa_N^2 (1 + \beta_N (\xi + i\varepsilon)) V_N = ib_N. \quad (6)$$

Здесь введены следующие обозначения

$$\varepsilon = \gamma_N / \Omega_N,$$

$$d_N = -k_2 (\nabla_1 \Omega) L_N / \Omega_N,$$

$$\kappa_N = k_2 L_N \sqrt{\alpha_N} / \Omega_N,$$

$$\beta_N = \bar{\alpha}_N \Omega_N^2 / \alpha_N,$$

где γ_N — декремент затухания, связанный с диссипацией энергии волны на ионосфере,

$$\alpha_N = \int_{L_-}^{L_+} T_N^2 \left(\frac{\partial^2 p^{-1}}{\partial \ell^2} \right) d\ell, \quad \bar{\alpha}_N = \int_{L_-}^{L_+} \frac{T_N^2}{pA^2} d\ell.$$

Используя преобразование Фурье, найдем решение этого уравнения

$$V_N(\xi) = -b_N \int_0^{\infty} \frac{\exp(ik(\xi + i\varepsilon))}{\sqrt{k^2 - id_N k + \kappa_N^2 \beta_N}} \left(\frac{\zeta(k) - i}{\zeta(k) + i} \right)^{d_N} dk, \quad (7)$$

где

$$\zeta(k) = \frac{k \sqrt{\kappa_N^2 \beta_N + d_N^2 / 4}}{\kappa_N^2 \beta_N - ikd_N / 2}, \quad a_N = \frac{\kappa_N^2 + d_N / 2}{\sqrt{\kappa_N^2 \beta_N + d_N^2 / 4}}.$$

Структура поля колебаний вблизи резонансной поверхности

Зная структуру потенциала, описывающего резонансные альвеновские колебания, можно найти возмущенное магнитное поле

$$B_1 = \frac{c}{\Omega_N} \frac{m}{\sqrt{g_2}} \frac{\partial T_N}{\partial \ell} V_N,$$

$$B_2 = i \frac{c}{\Omega_N} \frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{\partial T_N}{\partial \ell} \left((\nabla_1 V_N) - \frac{m(\nabla_1 \Omega)}{\Omega_N} V_N \right).$$

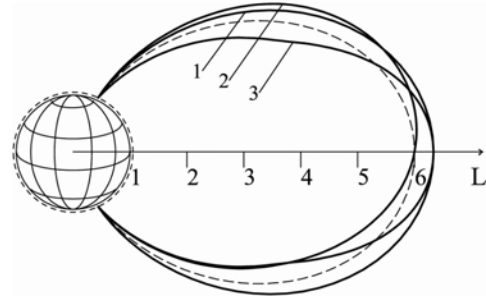


Рис. 2. Структура первых трех гармоник стоячих альвеновских волн (сплошные линии) на магнитной оболочке $L=6$ (штриховая линия).

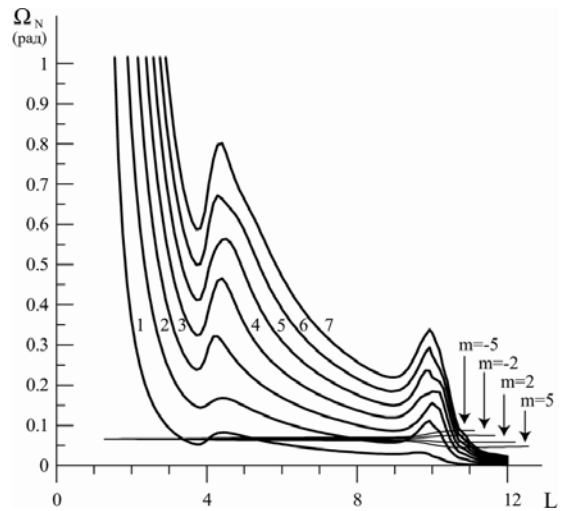


Рис. 3. Распределение собственных частот первых гармоник стоячих альвеновских волн ($N = 1, 2, \dots, 7$) поперек магнитных оболочек и величины $\bar{\omega} = \omega - m\Omega$ для $\omega = 2\pi \cdot 10^{-2}$ рад/с и $m = \pm 2, \pm 5$. Точки пересечения этих функций определяют местоположение резонансных поверхностей.

В окрестности резонансной поверхности ($\xi = 0$) функция $V_N(\xi)$ имеет логарифмическую особенность, а ее производная – более сильную особенность $\sim \xi^{-1}$. Поэтому в области резонанса поле альвеновской волны имеет почти тороидальную поляризацию ($|B_2| \gg |B_1|$).

Рассмотрим поведение азимутальной компоненты магнитного поля колебаний $B_y = |B_y| \exp(i\alpha_y)$. На рис. 4, а показано поперечное распределение величины α_y для основной гармоники ($N=1$) резонансных альвеновских колебаний, возбуждаемой на резонансной оболочке $L=10$, для различных значений азимутального волнового числа m . Хорошо видно, что $\alpha_y(x^1)$ изменяется немонотонно, а характерный масштаб этого изменения уменьшается с ростом m . На рис. 4, б приведены поперечные профили фазы α_y для гармоники колебаний с $N=1$, $m=7$, возбуждаемых на оболочках $L=9, 9.5, 10, 10.5$. Наиболее четко немонотонное поведение фазы проявляется на оболочке $L=10$, соответствующей магнитопаузе. В ее окрестности происходит резкое изменение угловой скорости вращения плазмы, причем поперечный градиент угловой скорости $\nabla_1 \Omega(x^1)$ на магнитопаузе максимален.

На рис. 5, а показано распределение амплитуды азимутальной компоненты $|B_y|$ основной гармоники альвеновских колебаний, возбуждаемой в окрестности магнитопаузы. Для сравнения приведены аналогичные распределения амплитуды для случая неподвижной плазмы (штриховая линия). Легко заметить, что при учете движения плазмы профиль распределения амплитуды становится асимметричным относительно резонансной оболочки. На рис. 5, б приведены поперечные профили амплитуды альвеновских колебаний, возбуждаемых на оболочках $L=9, 9.5, 10, 10.5$.

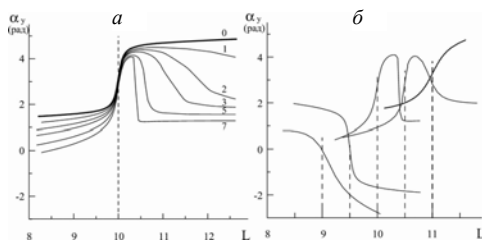


Рис. 4. Распределение фазы резонансных альвеновских колебаний α_y поперек магнитных оболочек: а – распределение $\alpha_y(x^1)$ в модели с движущейся плазмой на магнитной оболочке $L=10$ для гармоник $N=1$, $m=1, 2, 3, 5, 7$, а также в случае неподвижной плазмы ($\Omega = 0$); б – распределение $\alpha_y(x^1)$ для гармоники $N=1$, $m=7$ на различных резонансных оболочках внутри переходного слоя.

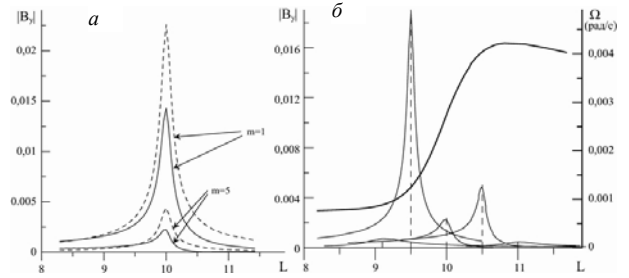


Рис. 5. Распределение амплитуды резонансных альвеновских колебаний $|B_y|$ поперек магнитных оболочек: а – распределение $|B_y|$ на магнитной оболочке $L=10$ для гармоник $N=1$, $m=1, 5$ как в модели с движущейся плазмой (сплошные линии), так и в случае неподвижной плазмы (штриховая линия); б – распределение внутри переходного слоя $|B_y|$ для гармоники $N=1$, $m=7$ на различных резонансных оболочках (левая полуось), а также угловой скорости плазмы $\Omega(x^1)$ (правая полуось).

Заключение

Перечислим основные результаты настоящей работы.

1. Определена полная пространственная структура резонансных альвеновских колебаний, возбуждаемых монохроматической БМЗ-волной, в дипольной модели магнитосферы с вращающейся плазмой.
2. Показано, что области с большим градиентом скорости движения магнитосферной плазмы (переходные слои в окрестности магнитопаузы и плазмопаузы) характеризуются немонотонным поведением фазы резонансных альвеновских колебаний поперек резонансного слоя и асимметрией профиля их амплитуды. Эти эффекты могут служить индикатором областей с большим градиентом скорости фоновой плазмы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tamao T. Transmission and coupling resonance of hydromagnetic disturbances in the non-uniform Earth's magnetosphere // Sci. Rep. Tohoku Univ, Ser. 5. 1965. V. 17. P. 43–72.
2. Leonovich A.S., Mazur V.A. Resonance excitation of standing Alfvén waves in an axisymmetric magnetosphere (monochromatic oscillations) // Planet. Space Sci. 1989. V. 37. P. 1095–1108.
3. Wright A.N. Coupling of fast and Alfvén modes in realistic magnetospheric geometries // J. Geophys. Res. 1992. V. 97. P. 6429–6438.
4. Leonovich A.S., Mazur V.A., Cao J.B. Self-consistent model of a dipole-like magnetosphere with an azimuthal solar wind flow // J. Plasma Phys. 2004. V. 70. P. 99–111.
5. Leonovich A.S. A theory of field line resonance in a dipole-like axisymmetric magnetosphere // J. Geophys. Res. 2001. V. 106. P. 25803–25812.

Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск