Секция B. Астрофизика и физика Солнца БШФФ-2006. С. 219–221

УДК 523.98:533.951

ВЛИЯНИЕ УГЛОВОГО ВРАЩЕНИЯ НА ПОДЪЕМ ТОНКОЙ МАГНИТНОЙ ТРУБКИ ИЗ ЗОНЫ ДИНАМО

Д.В. Романов, К.В. Романов, Е.В. Шалагина, Н.М. Нычкова

EMERGENCE OF MARNETIC FIELD IN THE PRESENCE OF ANGULAR ROTATION

D.V. Romanov, K.V. Romanov, E.V. Shalagina, N.M. Nychkova

В работе исследована устойчивость изолированной тонкой магнитной трубки в конвективной зоне Солнца. Показано, что вращение трубки способно стабилизировать и неустойчивость соскальзывания к полюсу, и неустойчивость медленной и альфвеновской волн для умеренно сильных полей.

In this paper a linear stability of thin toroidal magnetic flux tube is studied. It is shown that initial angular momentum is able to stabilize both slipping instability and slow/Alfven wave instabilities for moderate strength of magnetic field within solar convective zone.

Введение

Данная работа посвящена исследованию устойчивости сильного магнитного поля в конвективной зоне Солнца. Магнитное поле имеет напряженность порядка 10^5 Гс (10^3 Гс на уровне фотосферы) и собрано в тонкие трубки. Полноценное рассмотрение задачи об эволюции подобного объекта все еще находится за пределами возможностей как теоретических, так и численных методов, но исключение из рассмотрения процессов в теле трубки позволяет свести уровень сложности задачи к необходимому минимуму (модель предполагает, что процессы установления равновесия поперек трубки имеют ничтожно малый временной масштаб по сравнению с временем эволюции всего магнитного потока) [1–3]. Рассматриваемое приближение сохраняет физику обратного влияния магнитного поля на движение плазмы и не предполагает полную пассивность вмороженного поля, что позволяет использовать тонкую магнитную трубку как пробный элемент при решении задач о переносе сильного магнитного поля. Ранее было показано, что в рамках такой модели возможно описание альфвеновской и медленной магнитозвуковых волн и получены условия их устойчивости для находящейся в механическом равновесии горизонтальной трубки [1, 2] (отдельно стоит отметить неустойчивость соскальзывания магнитного кольца к полюсу под действием силы натяжения [2, 3]).

Целью настоящей работы является исследование линейной устойчивости магнитного поля в конвективной зоне с учетом начального вращения кольца для определения влияния собственного углового момента трубки на устойчивость поля (момент может быть приобретен как при создании, так и вследствие взаимодействия со средой благодаря дифференциальному вращению). Как было показано, это практически единственный кандидат на стабилизацию неустойчивости соскальзывания [2, 3].

Модель тонкой магнитной трубки

В рамках модели задача сведена к одномерной: все параметры задаются вдоль оси трубки $\vec{r}(s)$ (s – массовая переменная [1]). Обозначив плотность плазмы ρ, площадь поперечного сечения σ, напряженность магнитного поля H, давление p и вектор касательной $\vec{\ell}$, выпишем систему уравнений (индекс ext отвечает внешней среде) [1]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \vec{r}}{\partial t} = \vec{v}, & \rho\dfrac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \dfrac{H\sigma\rho}{4\pi}\dfrac{\partial (H\vec{\ell})}{\partial s} + (\rho - \rho_{\text{ext}}(\vec{r}))\vec{g}(\vec{r}), \\ p + \dfrac{H^2}{8\pi} = p_{\text{ext}}(\vec{r}), & \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{p}{\rho^{\gamma}}\right) = 0, \\ H\sigma = const, & \vec{\ell} = \rho\sigma\dfrac{\partial \vec{r}}{\partial s},\ (\vec{\ell},\vec{\ell}) = 1. \end{cases} \tag{1}$$

Для замыкания системы использована модель [4] без учета вращения Солнца: $\rho_{\text{ext}}(\vec{r}) = \rho_{\text{ext}}(r)$, $p_{\text{ext}}(\vec{r}) = p_{\text{ext}}(r)$ и $\vec{g}(\vec{r}) = g(r)\vec{r}/r$.

Линеаризованная система уравнений

При исследовании устойчивости удобно перейти в сферическую систему координат с центром в центре Солнца и осью, направленной по оси вращения. Единичные орты системы координат следующие:

$$\begin{cases} \vec{e}_r = (\cos\theta\cos\varphi, \cos\theta\sin\varphi, \sin\theta), \\ \vec{e}_\varphi = (-\sin\varphi, \cos\varphi, 0), \\ \vec{e}_\theta = (-\sin\theta\cos\varphi, -\sin\theta\sin\varphi, \cos\theta). \end{cases} \tag{2}$$

Предположим, что в начальный момент времени кольцо находится в равновесии и вращается с угловой скоростью Ω. Условие механического равновесия запишется как

$$\left(\rho\Omega^2 r\cos\theta - \frac{H^2}{4\pi r\cos\theta}\right)\times \\ \times(\vec{e}_r\cos\theta - \vec{e}_\theta\sin\theta) + (\rho - \rho_{\text{ext}}(r))g(r)\vec{e}_r = 0 \tag{3}$$

и имеет два решения для случаев $\Omega = 0$ и $\Omega \neq 0$.

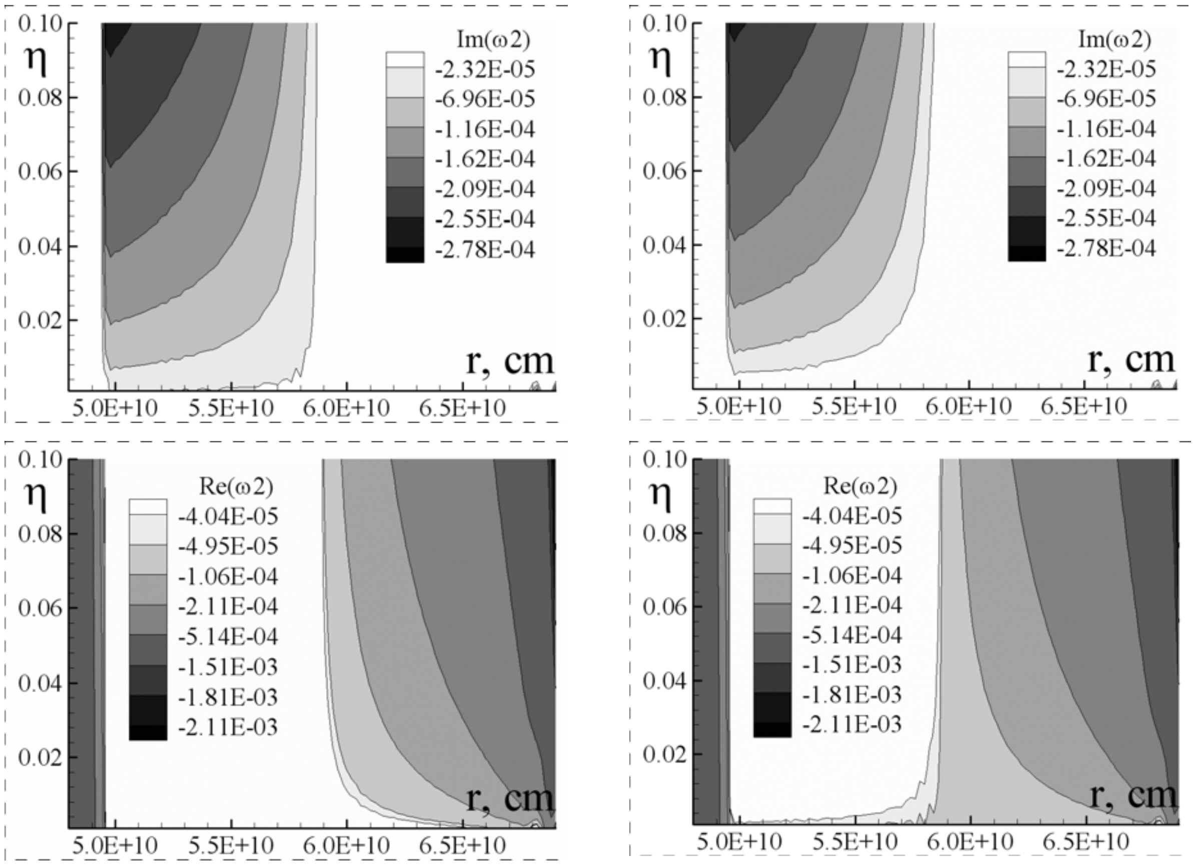

Рис. 1. Действительная (внизу) и мнимая (вверху, с обратным знаком) части круговой частоты [c^{-1}] для осесимметричной моды колебаний в отсутствие вращения (слева) и для Ω=5.0·10^{-5}c^{-1} (справа). Параметр $\eta = H^2 \big/ 8\pi p_{\text{ext}}$.

Линеаризированная система (возмущения обозначены префиксом δ) имеет вид:

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial \delta\vec{v}}{\partial t} = \dfrac{\delta\rho}{\rho}\left(\dfrac{H\sigma}{4\pi}\dfrac{\partial(H\vec{\ell})}{\partial s} - \dfrac{\partial\vec{v}}{\partial t}\right) + \dfrac{H\sigma}{4\pi}\dfrac{\partial(\delta H\vec{\ell} + H\delta\vec{\ell})}{\partial s} + \\
+\dfrac{(\delta\rho - \rho'_{\text{ext}}(r)\delta r)}{\rho}\vec{g}(r) + \left(1 - \dfrac{\rho_{ext}(r)}{\rho}\right)\delta\vec{g}, \\
\dfrac{\partial \delta\vec{r}}{\partial t} = \delta\vec{v}, \qquad \delta p + \dfrac{H}{4\pi}\delta H = \rho_{ext}(r)g(r)\delta r, \\
\sigma\delta H + H\delta\sigma = 0, \qquad \delta p = c_s^2\delta\rho = \dfrac{\gamma p}{\rho}\delta\rho, \\
(\delta\vec{\ell}, \vec{\ell}) = 0, \qquad \delta\vec{\ell} = \left(\dfrac{\delta\rho}{\rho} + \dfrac{\delta\sigma}{\sigma}\right)\vec{\ell} + \rho\sigma\dfrac{\partial\delta\vec{r}}{\partial s}.
\end{cases}
$$

Обозначив вектор смещения как $\delta\vec{r} = \delta r\vec{e}_r + $ $+ r\delta\varphi\vec{e}_\varphi + r\delta\theta\vec{e}_\theta$, всю систему уравнений можно свести к трем волновым уравнениям. При взятии производных следует учитывать криволинейность системы координат ($\partial_\varphi\vec{e}_r = \cos\theta\vec{e}_\varphi$, …) и взять все производные от векторных величин до подстановки возмущений в виде фурье-гармоник. Итоговая система алгебраических уравнений на комплексные амплитуды записывается как

$$
\begin{bmatrix}
-\omega^2 - \Omega^2\cos^2\theta & 2i\omega\Omega\cos\theta & \Omega^2\sin\theta\cos\theta \\
-2i\omega\Omega\cos\theta & -\omega^2 - \Omega^2 & 2i\omega\Omega\sin\theta \\
\Omega^2\sin\theta\cos\theta & -2i\omega\Omega\sin\theta & -\omega^2 - \Omega^2\sin^2\theta
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \delta r \\ r\delta\varphi \\ r\delta\theta \end{bmatrix} =
$$

$$
= \left[M^{(H)} + M^{(g)}\right]\begin{bmatrix} \delta r \\ r\delta\varphi \\ r\delta\theta \end{bmatrix},
\tag{4}
$$

где матрица $M^{(H)}$ описывает влияние натяжения поля, а $M^{(g)}$ – стратификации среды [1] (решения ищутся в виде фурье-мод $\delta f(s, t) = f_0\exp(ims/M - i\omega t)$, где M – масса кольца).

Устойчивость кольца в плоскости экватора

Для кольца, расположенного в плоскости экватора, угол $\Omega = 0$ и все силы лежат в одной плоскости, что освобождает один начальный параметр кольца. Система (4) имеет вид:

$$
\begin{bmatrix}
-\omega^2 - \Omega^2 & 2i\omega\Omega & 0 \\
-2i\omega\Omega & -\omega^2 - \Omega^2 & 0 \\
0 & 0 & -\omega^2
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \delta r \\ r\delta\varphi \\ r\delta\theta \end{bmatrix} =
\tag{5}
$$

$$
= \begin{bmatrix}
A & -imB & 0 \\
imB & C & 0 \\
0 & 0 & D
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \delta r \\ r\delta\varphi \\ r\delta\theta \end{bmatrix},
$$

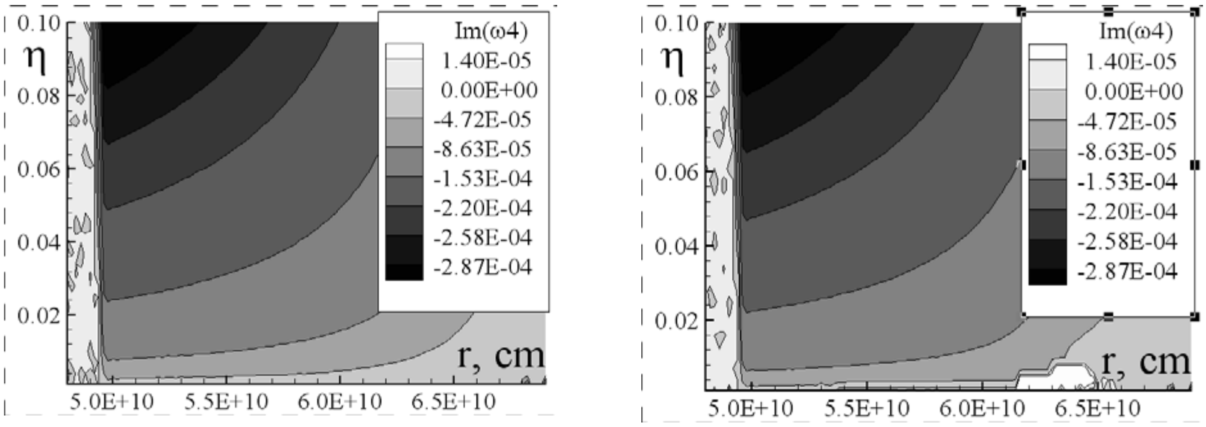

Рис. 2. Инкремент неустойчивости моды m = 1 медленной волны. Обозначения и параметры, как на рис. 1.

где

$$\begin{cases} A = -\dfrac{m^2 v_a^2}{r^2} - \dfrac{v_{sl}^2}{r^2}\left(1 + \dfrac{2rg\rho_{\text{ext}}}{\rho c_s^2}\right) + \dfrac{g^2\rho_{\text{ext}}^2}{\rho^2 (c_s^2 + v_a^2)} + \\ + \left(1 - \dfrac{\rho_{\text{ext}}}{\rho}\right) g' - \dfrac{g\rho'_{\text{ext}}}{\rho}, \\ C = -\dfrac{m^2 v_{sl}^2}{r^2} - \Omega^2, \quad D = \left(\dfrac{v_a^2}{r^2} - \Omega^2\right) - \dfrac{m^2 v_a^2}{r^2}, \\ B = \dfrac{v_a^2 + v_{sl}^2}{r^2} + \dfrac{g}{r}\dfrac{\rho_{\text{ext}}}{\rho}\dfrac{v_{sl}^2}{c_s^2}. \end{cases}$$

Уравнение на $\delta\varphi$ дает условие стабилизации соскальзывания:

$$\Omega^2 r^2 \ge v_a^2. \tag{6}$$

Условием существования нетривиальных решений δr и $\delta\varphi$ является дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} &\omega^4 + (C + A - 2\Omega^2)\omega^2 - 4m\Omega B\omega + \\ &+(\Omega^4 + (C + A)\Omega^2 + AC - m^2 B^2) = 0. \end{aligned} \tag{7}$$

В отличие от случая без вращения [1], это уравнение уже не является биквадратным. Теперь даже осесимметричная мода возмущений (m = 0) содержит φ-компоненту (для обеспечения сохранения углового момента). Особое внимание следует обратить на коэффициент А – в отсутствие вращения он прямо определяет конвективную устойчивость элемента среды (квадрат частоты Брента–Вяйсяля) [5]. Коэффициент C добавляет стабилизирующее слагаемое $-\Omega^2$. На рис. 1 показана зависимость $\omega(H, r)$ от напряженности поля и радиуса кольца для осесимметричной моды. Ранее было показано [5], что нулевая мода дестабилизируется магнитным полем в нижней половине конвективной зоны – видно, что теперь наличие вращения стабилизирует нулевую моду для достаточно слабых полей.

В отсутствие вращения для неосесимметричных мод первой становится неустойчивой медленная волна, развитие неустойчивости которой приводит к деформации кольца. Вращение способно стабилизировать и эту волну, как показано на рис. 2.

Заключение

В данной работе показано, что вращение кольца и соответствующее действие инерциальных сил является важным фактором, который может стабилизировать неустойчивость для достаточно умеренных магнитных полей. Условие стабилизации неустойчивости соскальзывания (6) налагает существенное ограничение снизу на начальную скорость – если скорость движения замагниченной плазмы относительно вещества конвективной зоны заметно больше альфвеновской, возможно возбуждение неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, невозможной в рамках используемого приближения (для ее анализа потребуется рассмотреть магнитный поток в рамках МГД).

Также следует отметить, что используемая модель конвективной зоны [4] построена без учета дифференциального вращения и для полностью адекватного анализа ее следует доработать. Влияние вращения прежде всего скажется на потере осесимметричности распределения параметров и появлении нового слагаемого в условии гидростатического равновесия. Построение подобной модели выходит далеко за рамки настоящего исследования, хотя и приводит к тем же ключевым нерешенным вопросам физики активного Солнца – задачам о транспорте углового момента в конвективной зоне, природе зон тахоклина и роли магнитного поля в данных процессах [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Романов Д.В., Романов К.В. Численное моделирование динамических процессов в солнечной атмосфере // Выч. технологии. 2003. Т. 8, № 2. С. 74–95.
2. Ferriz-Mas A., Schussler M. Waves and instabilities of a toroidal magnetic flux tube in a rotating star // Astrophys. J. 1994. V. 433. P. 852–866.
3. Van Ballegooijen A.A. On the stability of toroidal flux tubes in differentially rotating stars // Astron. Astrophys. 1983. V. 118. P. 275–284.
4. Christensen-Dalsgaard J., et al. The current state of solar modeling // Science. 1996. V. 272. P. 1286.
5. Alekseenko S.V., Dudnikova G.I., Romanov V.A., et al. Magnetic field instabilities in the solar convective zone // Rus. J. Eng. Thermophys. 2000. V. 10. P. 243–262.
6. Gilman P.A. Fluid dynamics and MHD of the solar convection zone and tachocline: current understanding and unsolved problems // Solar Phys. 2000. V. 192. P. 27–48.

Красноярский филиал Иркутского государственного университета путей сообщения, Красноярск, Россия,
dromanov@phys.ualberta.ca