

УДК 533.951

**МЕДЛЕННЫЕ МАГНИТОЗВУКОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ С  $m \gg 1$   
В ДИПОЛЬНОЙ МАГНИТОСФЕРЕ С ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПЛАЗМОЙ**

**Д.А. Козлов**

**AZIMUTHALLY SMALL-SCALE SLOW MAGNETOSONIC OSCILLATIONS  
IN A DIPOLE MAGNETOSPHERE WITH ROTATING PLASMA**

**D.A. Kozlov**

Предложен механизм возбуждения азимутально-мелкомасштабных ( $m \gg 1$ ) медленных магнитозвуковых (ММЗ) колебаний сторонними токами в приэкваториальной области магнитосферы Земли. Проведено теоретическое исследование структуры и спектра таких колебаний в модели магнитосферы с дипольным магнитным полем и вращающейся плазмой. В направлении вдоль силовых линий геомагнитного поля они представляют собой стоячие между магнитосопрежженными ионосферами волны. Амплитуда этих волн быстро убывает от экваториальной плоскости к ионосфере. Поэтому поле ММЗ-колебаний невозможно наблюдать вблизи ионосферы и на поверхности Земли. В направлении поперек магнитных оболочек стоячие ММЗ-волны имеют структуру, типичную для резонансных колебаний. Для нескольких первых гармоник ММЗ-колебаний с полоидальной и тороидальной поперечной поляризацией построены распределения собственных частот поперек магнитных оболочек.

A mechanism is presented which describes the generation of azimuthally small-scale slow magnetosonic (SMS) oscillations by external currents in near-equatorial regions of the Earth's magnetosphere. The structure and spectrum of these oscillations are theoretically investigated in a self-consistent model of the magnetosphere with dipole magnetic field and rotating plasma. Along the magnetic field lines they are waves standing between magnetoconjugate ionospheres. The drastic decrease of their amplitude from equatorial plane to ionosphere leads to impossibility to observe them both near the ionosphere and on ground. SMS-waves have resonant structure across the magnetic shells. The transverse distributions of eigenfrequencies are constructed for several first harmonics of SMS-oscillations toroidally and poloidally polarized in a plane perpendicular to background magnetic field lines.

**Введение**

Медленные магнитозвуковые (ММЗ) волны могут канализоваться вдоль силовых линий. Это делает их похожими на альфвеновские волны, наиболее известным механизмом возбуждения которых является резонанс силовых линий (field line resonance). В процессе распространения монохроматической быстрой магнитозвуковой (БМЗ) волны происходит резонансная раскачка альфвеновских колебаний на тех магнитных оболочках, где частота БМЗ-волны совпадает с локальной частотой альфвеновских колебаний. Аналогичный процесс может происходить и при взаимодействии ММЗ и БМЗ-волн. Для случая одномерно-неоднородной плазмы теория этого процесса была разработана в [1], а для дипольной модели магнитосферы – в работе [2]. Этот механизм эффективен только для колебаний, достаточно крупномасштабных в азимутальном направлении, поскольку БМЗ-волны с большими азимутальными волновыми числами  $m$  практически не проникают во внутренние области магнитосферы.

В ряде работ (например, [3]) в качестве источника ММЗ-колебаний с  $m \gg 1$  рассматривается их резонансное взаимодействие с альфвеновскими волнами. Однако частоты основных гармоник альфвеновских и ММЗ-волн различаются на два порядка, поэтому взаимодействие между этими модами должно быть крайне неэффективным.

В настоящей работе в качестве механизма возбуждения локализованных ММЗ-колебаний с  $m \gg 1$  предлагаются токи в приэкваториальной области магнитосферы. Кроме того, впервые исследуется влияние движения магнитосферной плазмы на структуру и спектр ММЗ-колебаний.

**Модель и основные уравнения**

Рассмотрим возбуждение ММЗ-колебаний в самосогласованной модели магнитосферы с дипольным магнитным полем и вращающейся плазмой (рис. 1). Для исследования МГД-колебаний используем систему уравнений идеальной МГД:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= -\nabla P + \frac{1}{4\pi} [(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}] - \frac{1}{c} [\tilde{\mathbf{J}} \times \mathbf{B}], \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \nabla \times [\mathbf{v} \times \mathbf{B}], \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} &= -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}), \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{P}{\rho^\gamma} \right) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\mathbf{B}$  – вектор напряженности магнитного поля,  $\mathbf{v}$  – вектор скорости,  $\tilde{\mathbf{J}}$  – плотность магнитосферных сторонних токов,  $\rho$  – плотность и  $P$  – давление плазмы,  $\gamma$  – показатель адиабаты,  $d/dt \equiv \partial/\partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla)$  – полная Лагранжева производная по времени. В стационарном состоянии ( $\partial/\partial t \equiv 0$ ) система уравнений (1) описывает распределение равновесных параметров плазмы  $P_0$ ,  $\rho_0$ ,  $\mathbf{v}_0$  и  $\mathbf{B}_0$ .

Возмущенное электрическое поле магнитозвуковых колебаний можно выразить через векторный потенциал  $\boldsymbol{\psi} = (0, 0, \psi \equiv \psi_F + \psi_S)$  [2], где  $\psi_F$  соответствует БМЗ-волнам, а  $\psi_S$  – ММЗ-волнам:  $\mathbf{E} = \nabla \times \boldsymbol{\psi}$ . Поскольку мы пренебрегаем взаимодействием ММЗ-колебаний с БМЗ-волнами, далее будем полагать  $\psi_F = 0$ . После преобразований исходных уравнений, линеаризованных относительно малых возмущений, связанных с ММЗ-колебаниями, получаем следующее уравнение:

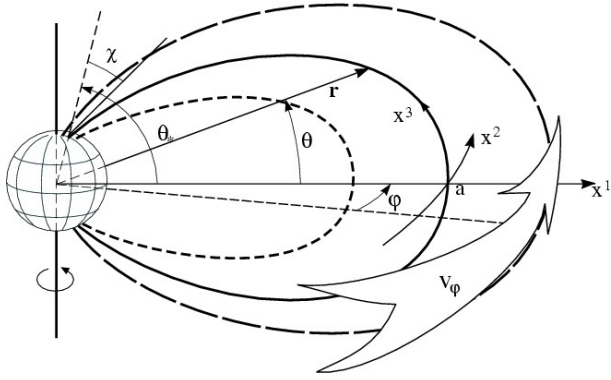


Рис. 1. Криволинейная ортогональная система координат  $(x^1, x^2, x^3)$ , связанная с силовыми линиями магнитного поля и неортогональная система координат  $(a, \varphi, \theta)$ , использованная в численных расчетах.

$$\hat{L}_s^T \frac{1}{g_1} \nabla_1^2 \psi_s - \hat{L}_s^P \frac{k_2^2}{g_2} \psi_s = - \frac{4\pi\omega}{k_2 c^2} \left( 1 + \frac{S^2}{\bar{\omega}^2} \hat{D}_3 \right) A^2 \sqrt{\frac{g_3}{g_1}} J_1, \quad (2)$$

где

$$\hat{L}_s^P = \frac{\omega}{\bar{\omega}} A^2 + S^2 + \frac{\omega}{\bar{\omega}} \frac{S^2}{\bar{\omega}^2} \hat{D}_3 A^2,$$

$$\hat{L}_s^T = \hat{L}_s^P + \frac{\Omega}{k_2 \bar{\omega}} (A^2 \hat{d}_3 + S^2 \hat{D}_3) g_2$$

– полоидальный и тороидальный продольные операторы;

$$J_1(k_2, \omega) = (2\pi)^{-1} \iint \tilde{J}_1(x^2, t) \exp(i\omega t - ik_2 x^2) dx^2 dt$$

– фурье-компонента радиальной составляющей плотности стороннего тока;

$$\hat{d}_3 = \nabla_3 \frac{g_2}{\sqrt{g}} \nabla_3 \frac{g_1}{\sqrt{g}};$$

$$\hat{D}_3 = \frac{B_0}{P_0^\sigma \sqrt{g_1 g_2}} \nabla_3 \frac{P_0^\sigma \sqrt{g}}{\rho_0 g_3} \nabla_3 \frac{\rho_0}{B_0 \sqrt{g_3}};$$

$g_i$  – компоненты метрического тензора  $g = g_1 g_2 g_3$ ;

$A = B_0 / \sqrt{4\pi\rho_0}$  – альфвеновская скорость;

$S = \sqrt{\gamma P_0 / \rho_0}$  – скорость звука;  $\bar{\omega} = \omega - k_2 \Omega$  – частота волны, модифицированная эффектом Доплера;  $\Omega$  – угловая скорость вращения плазмы,  $\sigma = 1/\gamma$ .

### Пространственная структура и спектр резонансных ММЗ-колебаний

Будем рассматривать несколько первых гармоник стоячих ММЗ-волн. Характерная длина волны таких колебаний в продольном направлении порядка длины силовой линии. Характерный масштаб резонансных ММЗ-колебаний поперек магнитных оболочек много меньше их продольной длины волны:  $k_2 |\nabla_1 \psi_s / \psi_s| \gg |\nabla_3 \psi_s / \psi_s|$ . Это позволяет искать решение уравнения (2) методом разных масштабов, представляя потенциал  $\psi_s$  в виде

$$\psi_s(x^1, x^2, x^3, \bar{\omega}) = U(x^1, \bar{\omega}) \exp(ik_2 x^2 - i\omega t) [S(x^1, x^3, \bar{\omega}) + h(x^1, x^3, \bar{\omega})].$$

Подставляя (3) в (2), в главном порядке теории возмущений получим продольное уравнение

$$(k_1^2 \hat{L}_s^T + k_2^2 \hat{L}_s^P) S = 0,$$

определяющее структуру ММЗ-колебаний вдоль силовых линий, где  $k_1 = U^{-1} \nabla_1 U$ . Граничные условия на ионосфере в этом порядке имеют вид:  $S(x_\pm^3) = 0$ , где знаки + и – соответствуют Северному и Южному полушарию.

При  $k_1 \rightarrow \infty$  решение этой задачи определяет структуру и спектр ММЗ-колебаний с тороидальной поляризацией поперек силовых линий невозмущенного магнитного поля, а при  $k_1 = 0$  – структуру ММЗ-колебаний с полоидальной поляризацией поперечных компонент поля. Для основных гармоник решение этих граничных задач может быть найдено только численно. На рисунке 2 представлена структура первых трех продольных гармоник полоидальных и тороидальных ММЗ-волн. В отличие от альфвеновских волн [4] ММЗ-колебания локализованы вдоль силовых линий вблизи экваториальной плоскости. Амплитуда их резко уменьшается при приближении к ионосфере. Поэтому поле ММЗ-колебаний невозможно наблюдать вблизи ионосферы и на поверхности Земли. На рисунке 3 приведены распределения собственных частот этих колебаний и поляризационного расщепления спектра, разности тороидальной и полоидальной собственных частот поперек магнитных оболочек.

Для определения поперечной структуры ММЗ-колебаний построим модельное уравнение. Используя преобразование Фурье, можно найти решение этого уравнения в виде:

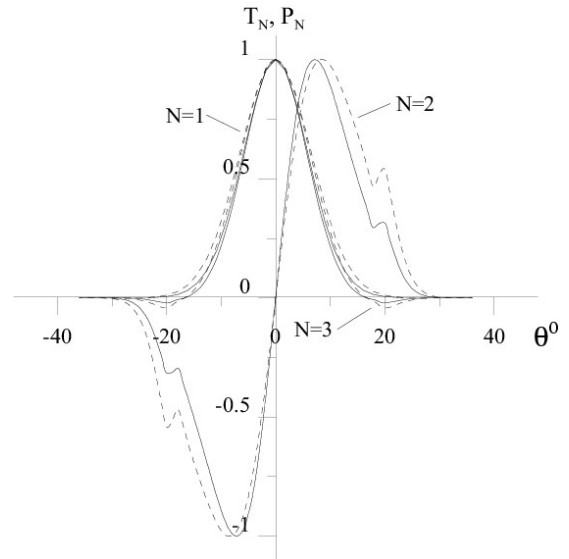


Рис. 2. Структура стоячих ММЗ-волн с тороидальной (сплошные линии) и полоидальной (штриховые линии) поляризацией. Представлены графики полоидальной  $P_N$  и тороидальной  $T_N$  собственных функций с единичной амплитудой для первых трех продольных гармоник ( $N = 1, 2, 3$ ).

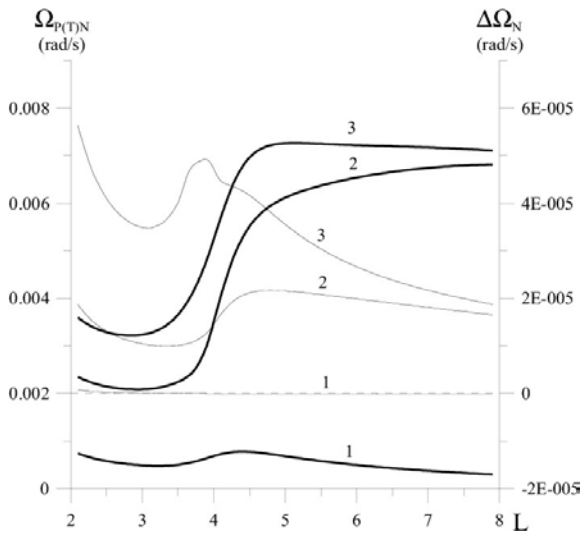


Рис. 3. Распределение поперек магнитных оболочек собственных частот стоячих ММЗ-волн  $\Omega_{P(T)N}$  (левая ось) и поляризационного расщепления спектра  $\Delta\Omega_N$  (правая ось) для первых трех гармоник ( $N = 1, 2, 3$ ).

$$U_N(\xi) = iG_N \int_0^\infty \frac{\exp[ik(\xi + i\varepsilon) + ik \arctan(k/\kappa)]}{k^2 + \kappa^2} dk, \quad (3)$$

где  $\xi = (x^1 - x_{SN}^1)/\Delta_N$ ,  $\Delta_N$  – экваториальное расстояние между резонансными оболочками, безразмерная величина  $\varepsilon = \gamma_N L / \overline{\omega}\Delta_N$  описывает диссипацию ММЗ-волн в магнитосфере,  $\gamma_N$  – декремент затухания,  $L$  – характерный масштаб изменения функций  $\Omega_{P(T)N}(x^1)$ ,  $\kappa \sim k_2 \Delta_N$  играет роль волнового числа по координате  $\xi$ , а величина  $G_N$  определяет интенсивность источника.

На рис. 4, а представлена поперечная структура колебаний с  $\kappa = 0.1$  для случая умеренного ( $\varepsilon = 0.1$ ) и сильного ( $\varepsilon = 1$ ) затухания. Эти колебания имеют структуру типично резонансного типа. Максимальная амплитуда колебаний – на тороидальной резонансной поверхности. Характерный масштаб локализации колебаний поперек магнитных оболочек в этом случае определяется уровнем диссипации. На рисунке

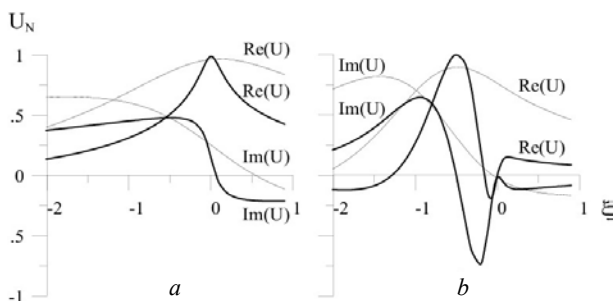


Рис. 4. Структура ММЗ-волн поперек магнитных оболочек в двух предельных случаях. На рисунке (а) представлены зависимости реальной и мнимой составляющих функции  $U_N$ , описывающих резонансный тип колебаний, у которых  $\kappa = 0.1$ . На рисунке (б) представлены реальная и мнимая составляющие функции  $U_N$ , описывающей структуру колебаний типа «бегущая волна», у которых  $\kappa = 20$ . Толстые линии соответствуют случаю умеренного затухания  $\varepsilon = 0.1$ , тонкие — случаю сильного затухания  $\varepsilon = 1$ .

4, б представлена структура колебаний для  $\kappa = 20$ . При умеренном затухании отчетливо проявляется структура типа «бегущая волна». Амплитуда колебаний в окрестности полоидальной резонансной оболочки, где происходит их генерация, значительно больше, чем вблизи тороидальной, где они поглощаются. Следует, однако, отметить, что такая структура ММЗ-волн является скорее гипотетической. В реальной магнитосфере параметр  $\kappa < 1$ . Это означает, что все наблюдаемые в магнитосфере Земли ММЗ-колебания должны иметь резонансную структуру. Наблюдение в дневной магнитосфере ММЗ-колебаний со структурой типа «бегущая волна» невозможно.

### Заключение

Перечислим основные результаты настоящей работы.

1. Предложен механизм возбуждения азимутально-мелкомасштабных ( $m \gg 1$ ) стоячих вдоль силовых линий геомагнитного поля ММЗ-волн сторонними токами в магнитосфере Земли.

2. Получены уравнения, описывающие структуру и спектр ММЗ-волн, возбуждаемых сторонним током в дипольно-подобной магнитосфере с вращающейся плазмой.

3. Найдены решения уравнений, описывающих структуру резонансных ММЗ-колебаний вдоль силовых линий магнитного поля и поперек магнитных оболочек. Показано, что амплитуда стоячих ММЗ-волн стремительно убывает при приближении к Земле, поэтому магнитосферные ММЗ-колебания невозможно зафиксировать на поверхности Земли. В поперечном направлении ММЗ-колебания с  $m \gg 1$  имеют резонансную структуру.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке грантов РФФИ 06-05-64495, грантов ИНТАС 05-1000008-7978 и 06-1000013-8922, программ Президиума РАН №16 и Отделения физических наук РАН №16.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yumoto K., Characteristics of localized resonance coupling oscillations of the slow magnetosonic wave in a non-uniform plasma // Planet. Space Sci. 1985. V. 33. P. 1029–1036.
2. Leonovich A.S., Kozlov D.A., Pilipenko V.A. Magnetosonic resonance in a dipole-like magnetosphere // Ann. Geophys. 2006. (in press).
3. Walker A.D.M., Pekrides H. Theory of magnetospheric standing hydromagnetic waves with large azimuthal wave number. 4. Standing waves in the ring current region // J. Geophys. Res. 1996. V. 101. P. 27133–27147.
4. Leonovich A.S., Kozlov D.A., Cao J.B. The structure of standing Alfvén waves in a dipole magnetosphere with moving plasma // Annales Geophysicae. 2006. V. 24, N 1. P. 263–274.