

УДК 551.501.815

ПРИМЕНЕНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МЕТОДОВ СПЕКТРАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ В УГЛОМЕРНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ ДЕКАМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА

В.В. Бочкарев, Р.Р. Латыпов, И.Р. Петрова, В.Ю. Теплов

APPLICATION OF PARAMETRIC METHODS OF SPECTRAL ESTIMATION IN DECAMETER BAND GONIOMETRIC MEASUREMENTS

V.V. Bochkarev, R.R. Latypov, I.R. Petrova, V.Yu. Teplov

Работа посвящена применению параметрических методов спектрального оценивания при угломерных измерениях в КВ-диапазоне для систем с разделением компонент сигнала в частотной области. Рассматриваются совместные оценки компонент волнового вектора и их производных. Предложена методика разделения мод ионосферного КВ-сигнала.

Parametric methods of spectral estimating in SW band goniometric measurements are discussed for systems, in which components of signal is divided in frequency domain. Wave vector components and their derivatives combined estimations are examined. Method of SW-signal modes dividing is suggested.

При угломерных измерениях в КВ-диапазоне широко применяются измерительные системы из однотипных пространственно-разнесенных антенн. При достаточно большом количестве приемных антенн и значительном расстоянии между ними (размер антенной системы сопоставим или превышает длину волны $L \geq \lambda$) разделение мод ионосферного сигнала и определение углов прихода радиолуча может быть достигнуто посредством пространственной обработки принимаемого сигнала [1]. Применение параметрических методов спектрального оценивания в этом случае рассматривалось, например, в [2]. Угломерные системы с большой базой имеют как свои достоинства, так и недостатки. К достоинствам отнесем прежде всего очевидный путь повышения углового разрешения увеличением базы приема, а также упомянутую возможность применения пространственных методов разделения компонент сигнала.

В то же время свои достоинства имеются и у систем с малой базой ($L \leq \lambda$). Используя метод частотно-пространственного разнесенного приема, можно создавать измерительные системы с малогабаритными (характерные размеры порядка десятков метров) и сравнительно дешевыми антенными системами и малым количеством приемных каналов (4–8). Кроме того, вследствие меньших размеров антенной системы в этом случае меньше сказывается пространственная некогерентность радиосигнала, а также дифракция на окружающих антенную систему объектах, растительности, неоднородностях подстилающей поверхности. Расплатой за эти достоинства являются повышенные требования к долговременной стабильности аппаратной части и необходимость использования больших временных апертур. В этом случае определение углов прихода радиолуча производится на основе анализа разностей фаз сигнала, принятого пространственно-разнесенными антеннами. Как правило, ионосферный сигнал является многомодовым. Разделение мод для системы с малой базой и небольшим числом антенн может производиться только в частотной области, за счет того что лучи, прошедшие разные области ионосферы, испытывают различные доплеровские сдвиги частоты. Смысл перехода в частотную область состоит в

том, чтобы понизить размерность пространства параметров задачи, а также по возможности перейти к анализу линейных соотношений. Таким образом, спектральная обработка принимаемого сигнала должна разрешить две основные задачи: 1) разделение компонент сигнала, отвечающих различным модам распространения, и 2) нахождение исходных данных для определения углов прихода радиолуча – оценок начальных фаз спектральных компонент сигнала на разных антеннах. Нестационарный характер динамики ионосферы приводит к нестационарности отраженного от ионосферы радиосигнала, к изменению его спектральных параметров. Это серьезно усложняет задачу достижения необходимого спектрального разрешения. Как известно [3], спектральное разрешение Δf при фиксированных времени наблюдения T и отношении сигнал/шум S/N ограничивается фундаментальным соотношением

$$\Delta f \cdot T \cdot (S/N)^{-1} \geq 1. \quad (1)$$

Нестационарность ионосферного КВ-сигнала ограничивает допустимое время анализа и, следовательно, ограничивает достижимое спектральное разрешение.

Одна из возможностей повышения характеристик методов спектрального оценивания до практически приемлемого уровня состоит в использовании той или иной априорной информации либо некоторых модельных предположений о сигнале и/или о помехе. Сужение класса допустимых сигналов/помех позволяет существенно увеличить разрешающую способность при той же длине анализируемого ряда [3]. Это делает параметрические методы эффективным инструментом анализа нестационарных сигналов в случае, когда параметры сигнала изменяются достаточно плавно. Если же параметры сигнала заметно меняются на интервале, используемом для оценивания, то, как легко убедиться, широко употребляемые параметрические методы (Прони, MUSIC и др.) дают оценки с большими погрешностями.

Характер используемых модельных предположений может быть весьма различен [3, 4]: либо явно задается вид сигнала, зависящий от некоторого числа неизвестных эмпирически оцениваемых параметров, либо может быть задан класс сигналов/помех.

Как правило, структура сигнала задается предположением, что сигнал удовлетворяет некоторому разностному соотношению

$$y_k - a_1 \cdot y_{k-1} - \dots - a_r \cdot y_{k-r} = \xi_k, \quad (2)$$

где $y_k = y(k\Delta t)$, либо дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами:

$$y^{(r)} - a_1 \cdot y^{(r-1)} - \dots - a_r \cdot y = \xi(t). \quad (3)$$

В зависимости от различных предположений о ряде ξ_k в формуле (2) получим различные параметрические методы, такие как авторегрессионный метод, метод Прони и др. Модель (3) используется, например, в методе разложения по функциям с гибкой структурой (метод Куликова) [5].

В таких методах, как MUSIC, EV [3], SSA [6], обычно классифицируемых как непараметрические, повышение спектрального разрешения по сравнению с (1) достигается использованием предположения об ортогональности подпространств, отвечающих различным компонентам сигнала. Условность противопоставления этих методов другим параметрическим методам очевидна уже потому, что при оценивании частот компонент в методах MUSIC, EV используется представление сигнала, удовлетворяющее (2). В многооконном методе (MTM) для повышения разрешающей способности используется предположение о неизменности спектрального состава сигнала в течение всего времени наблюдения.

Большим достоинством параметрических методов спектрального анализа является относительная легкость разделения мод сигнала, что при применении классических методов представляет собой чрезвычайно сложную задачу.

Рассмотрим проблемы, возникающие при применении параметрических методов спектрального оценивания при угломерных измерениях. Для случая плоской волны компоненты волнового вектора находятся из соотношений

$$\phi_i \equiv k_x x_i + k_y y_i + \phi \pmod{2\pi}, \quad (4)$$

где ϕ_i – фазы радиосигнала на отдельных антеннах, k_x, k_y – компоненты волнового вектора, ϕ – начальная фаза радиоволны. Таким образом, анализируемый сигнал должен состоять из одной компоненты, что мы можем попытаться достичь, например, посредством частотного разделения. В противном случае как решения (4) мы получим лишь направление текущей нормали волнового фронта для данной спектральной составляющей.

Для нахождения углов прихода нам необходимы оценки фаз сигнала на различных антеннах, в то время как широко применяющиеся методы (Прони, MUSIC и др.) позволяют получить лишь оценки частот компонент. Для получения оценок фаз при известных частотах компонент можно использовать, например, метод наибольшего правдоподобия и известные процедуры оптимизации, однако достижимая точность оценки ограничена величиной, обратной длительности используемого сегмента данных $\sigma_\phi \sim 1/T$. Существует, однако, ряд методов, позволяющих получить совместные оценки частот и фаз спектральных компонент. Это упомянутый выше

метод Куликова, а также предложенный авторами в [7] метод. В этих случаях при оценивании фаз учитывается структура модели, что приводит к получению более точных оценок. Рассмотрим еще один подход к оцениванию угловых характеристик.

Уравнения (4) являются нелинейными, так как значения фаз определены по модулю 2π . По этой причине нахождение оценки компонент волнового вектора требует решения задачи нелинейной оптимизации даже в простейшем случае нормального распределения флуктуаций мгновенной частоты радиосигнала, что требует весьма больших вычислительных затрат. Кроме того, нелинейный характер связи между k_x, k_y и ϕ_i делает малоэффективными попытки уменьшить погрешность оценивания углов прихода посредством временного накопления. Как усреднение исходных данных (разностей фаз), так и усреднение получаемых оценок компонент волнового вектора не приводит к желаемому результату.

Между тем задача оценивания вариаций углов прихода является существенно более простой. Продифференцировав соотношения (4) и представив результат в матричной форме, получим

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \vdots \\ \dot{\phi}_M \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} \dot{k}_x \\ \dot{k}_y \\ \Omega \end{pmatrix}, \text{ где } A = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_M & y_M & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Это соотношение дает связь между временными производными компонент волнового вектора, доплеровским сдвигом частоты радиоволны Ω и мгновенными частотами сигнала на отдельных антеннах. В отличие от (4) данные соотношения линейны и оценивание угловых параметров не вызывает сложностей. Распределение флуктуаций доплеровского сдвига частоты существенно отличается от нормального, поэтому при решении (5) надо проявить некоторую аккуратность. При достаточно слабом предположении, что распределение доплеровских флуктуаций имеет вид

$$w(\bar{x}) = C(K) \cdot f(\langle x|K|x \rangle), \quad (6)$$

где K – положительно определенная эрмитова матрица, а f – монотонно убывающая функция, метод наибольшего правдоподобия приводит к линейной оценке следующего вида:

$$\begin{pmatrix} \dot{k}_x \\ \dot{k}_y \\ \Omega \end{pmatrix} = A^\# \cdot \begin{pmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \vdots \\ \dot{\phi}_M \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где $A^\#$ – псевдообратная матрица, определяемая выражением

$$A^\# = (A^T \cdot K \cdot A)^{-1} A^T \cdot K. \quad (8)$$

Для случая нормального распределения матрица K является обратной к ковариационной матрице доплеровских флуктуаций на разных антеннах.

Таким образом, следуя вышеописанной методике, мы получим временные ряды величин $\dot{\vec{k}}(t)$ и можем оценить распределение производной волнового вектора. Отметим, что мы не можем получить значения $\vec{k}(t)$ и даже $\vec{k}(t) - \vec{k}(0)$, просто проинтегрировав полученную зависимость $\dot{\vec{k}}(t)$. Действительно, эти величины известны с некоторой ошибкой $\eta(t)$. Предположив, что $\eta(t)$ представляет собой стационарный случайный процесс, получим, что оценка волнового вектора $\vec{k}^*(t)$ представляет собой сумму истинных значений и процесса со стационарными приращениями $\xi(t)$:

$$k_i^*(t) = k_i(t) + \xi(t).$$

Для структурной функции процесса $\xi(t)$ имеем

$$D_{\xi\xi}(t) = \langle [\xi(t) - \xi(0)]^2 \rangle = \int_{-t}^{+t} d\tau B_{\eta\eta}(\tau)(t - |\tau|). \quad (9)$$

Для распространенного случая, когда на больших временах корреляции $\eta(t)$ спадают по степенному закону $B_{\eta\eta}(\tau) \sim \tau^{-\nu}$, при $0 < \nu < 2$ получим

$$D_{\xi\xi}(t) \sim t^{2-\nu}, \text{ или } \sigma_{k(t)-k(0)} \sim t^{1-\nu/2}. \quad (10)$$

Таким образом, среднеквадратическое отклонение процесса $\xi(t)$ возрастает по степенному закону с показателем в диапазоне от 0 до 1. При любом объеме анализируемой выборки при достаточно больших N ошибка будет сколь угодно велика, то есть получаемая оценка $\vec{k}(t) - \vec{k}(0)$ не является состоятельной, а задача восстановления конечных приращений волнового вектора по значениям производных – корректно поставленной. Необходима некоторая процедура регуляризации. С математической точки зрения проблема состоит в том, что вариации $k_i(t)$ должны принадлежать пространству ограниченных функций (L_∞) , а получаемая оценка $k_i^*(t)$ принадлежит к более широкому пространству функций степенного роста. Необходимо корректно построить проекцию оценки в более узкое пространство функций. С целью регуляризации мы можем сузить класс допустимых зависимостей $k_i(t)$ на интервале $[t_1, t_2]$ и рассматривать их как элементы пространства Соболева $W_2^1([t_1, t_2])$, а не $L^2([t_1, t_2])$. Наличие оценки производных позволяет проводить необходимые вычисления в пространстве Соболева, разложение и фильтрацию соответствующих зависимостей. Запишем функционал правдоподобия в виде

$$L_{\text{рег}} \{ k(t) \} = (1 - \rho) \cdot \sum_t \ln w_{\delta\phi} (A \cdot \vec{k}_t - \vec{\phi}_t) + \rho \cdot \sum_t \ln w_{\delta k} (\dot{\vec{k}}_t - \dot{\vec{k}}_t^*). \quad (11)$$

То есть мы ищем кривую $\vec{k}(t)$, касательные к которой по возможности близки полученным оценкам $\vec{k}^*(t)$. Идея состоит в том, что быстрые вариации волнового вектора мы находим из (7), а для оценивания медленных вариаций привлекаем ин-

формацию о значениях разностей фаз. При практической реализации данного подхода целесообразно перейти к вейвлет-коэффициентам искомым функций, что позволяет проводить помасштабный анализ сигнала, а также в явной форме задать условие принадлежности пространству $W_2^1([t_1, t_2])$ [8].

Рассмотрим задачу разделения мод при использовании параметрических методов спектрального оценивания. В этом случае для каждого набора данных мы можем получить оценки частот и мощностей спектральных составляющих. Параметры составляющих ионосферного сигнала, очевидно, меняются со временем. Как видно из (5), частоты составляющих сигнала на различных антеннах, как правило, будут несколько различны. Кроме того, неизбежны вызванные наличием шума погрешности при определении параметров составляющих. Таким образом, при решении задачи разделения мод нам необходимо научиться отождествлять компоненты, полученные при обработке сегментов сигнала в различные моменты времени и на различных антеннах. Доплеровские сдвиги частоты для различных мод сигнала формируются в результате прохождения радиолучом различных областей ионосферы и изменяются независимо друг от друга, в отдельные моменты времени они могут совпадать. Это делает невозможным отождествление компонент только по значениям сдвига частоты $f(t)$ в текущий момент времени. Однако такое отождествление может быть выполнено с использованием значений как $f(t)$, так и $\dot{f}(t)$, так как одновременное совпадение обоих величин для различных мод, очевидно, крайне маловероятно. Рассмотрим получение совместной оценки $f(t)$, $\dot{f}(t)$ для распространенных параметрических методов спектрального оценивания. Многие такие методы, как известно, опираются на разложение ковариационной матрицы сигнала и требуют знания ее собственных значений и собственных векторов.

Если мы имеем оценку ковариационной матрицы $B(t)$ и ее производной $\dot{B}(t)$, то производные ее собственных чисел λ и собственных векторов ψ даются выражениями

$$\dot{\psi} = -(B - \lambda E)^{\#} \dot{B} \psi, \quad \dot{\lambda} = \langle \psi | \dot{B} | \psi \rangle + \langle \psi | B | \dot{\psi} \rangle. \quad (12)$$

Для методов MUSIC, EV и подобных частоты компонент f_i находятся минимизацией формы

$$S(f) = e^H(f) \cdot \left(\sum_{k=r}^{n-1} w_k \cdot \psi^{(k)} \otimes \psi^{(k)H} \right) \cdot e(f), \quad (13)$$

где вектора $e(f)$ имеют вид $e_m(t) = \exp(i2\pi\Delta t f m) = \zeta^m$, а w_k – веса, отвечающие различным собственным числам. Заметим, что форма $S(f)$ представляет собой полином относительно ζ и частоты составляющих определяются по значениям фаз корней полинома, лежащих внутри единичной окружности [3]. Таким

образом, $S(f) = \sum_{m=-r}^r a_m \zeta^m$, где a_m получаем суммированием элементов матрицы из выражения (13)

вдоль диагоналей. Зная $B(t)$, $\dot{B}(t)$ и используя (12), найдем a_m , \dot{a}_m , после чего несложно найти

$$\frac{\dot{\zeta}}{\zeta} = - \frac{\sum_{m=-r}^r \dot{a}_m \zeta^m}{\sum_{m=-r}^r m \cdot a_m \zeta^m}, \quad (14)$$

откуда окончательно получим для производной оценки частоты

$$\dot{f} = \frac{1}{2\pi \cdot \Delta t} \operatorname{Im} \frac{\partial}{\partial t} \ln \zeta. \quad (15)$$

В качестве другого примера рассмотрим оценки временной производной частоты компонент для метода Прони. В этом случае параметры модели определяются из уравнений Юла–Уолкера

$$B \cdot a = b, \quad (16)$$

где B – ковариационная матрица $(r-1) \times (r-1)$, а вектор b также составлен из компонент ковариационной матрицы $b_m = B_{m,r}$. Значения \dot{a} получаем в этом случае из системы уравнений

$$B \cdot \dot{a} = \dot{b} - \dot{B} \cdot a. \quad (17)$$

Далее, дифференцируя характеристическое уравнение $\zeta^r - a_1 \cdot \zeta^{r-1} - \dots - a_r = 0$ уравнений (2), получим

$$\frac{\dot{\zeta}}{\zeta} = - \frac{r \cdot \zeta^{r-1} - \sum_{m=0}^{r-1} \dot{a}_{r-m} \zeta^m}{\sum_{m=0}^{r-1} m \cdot a_m \zeta^m}, \quad (18)$$

откуда с помощью соотношений (15) найдем искомые временные производные частоты.

Отождествление составляющих сигнала на разных антеннах может быть проведено аналогичным образом. Рассмотрим взвешенную ковариационную матрицу

$$B(p) = p_1 B^{(1)} + p_2 B^{(2)} + \dots + p_M B^{(M)},$$

где $B^{(i)}$ – ковариационные матрицы сигнала для i -й антенны, а p_i – весовые коэффициенты, удовлетворяющие условиям $0 \leq p_i \leq 1$, $\sum_i p_i = 1$.

При выборе весов $p_i = \delta_{i,m}$ получим ковариационную матрицу сигнала на m -й антенне и соответствующие оценки спектральных параметров. Плавно изменяя значения весов p_i , мы можем перейти к точке, соответствующей другой антенне, и, используя вышеизложенный подход, отождествить спектральные компоненты сигнала на этих антеннах. Кроме того, усреднение оценок, получаемых в некоторой окрестности точки, заданной соотношениями $p_i = \delta_{i,m}$, позволяет уменьшить влияние шума.

Как уже указывалось, получаемые оценки угловых параметров основаны на предположении плоской волны, поэтому необходимо иметь возможность проверить обоснованность данной модели.

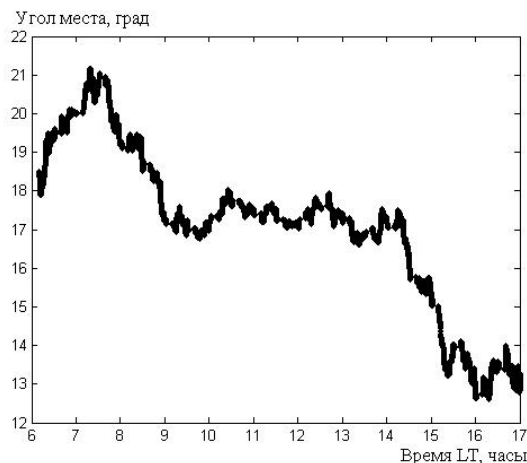


Рис. 1. Изменение угла места в течение дневного времени. Трасса Архангельск–Казань, 6160 кГц, 8 сентября 2003 г.

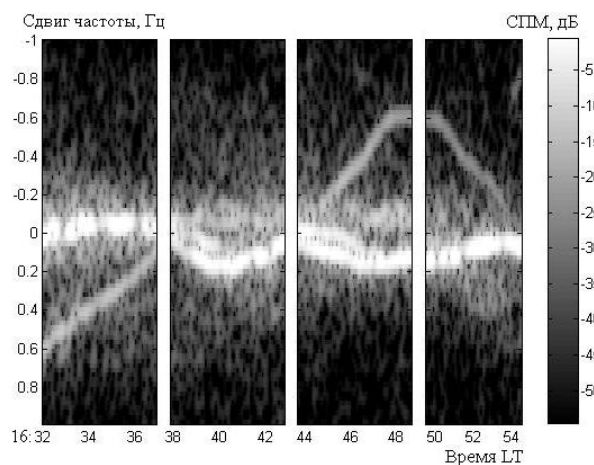


Рис. 2. Спектр сигнала наклонного зондирования. Радиотрасса Архангельск–Казань, 6160 кГц, 10 сентября 2003 г.

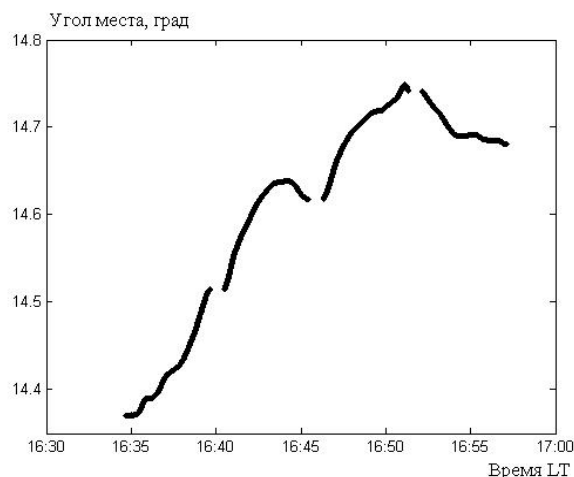


Рис. 3. Изменение угла места. Трасса Архангельск–Казань, 6160 кГц, 10 сентября 2003 г., 16:30–17:00.

Подставляя выражения для оценки производных волнового вектора (7) в уравнения (5), получим для нормированного квадрата невязки ζ :

$$\zeta = \frac{\| \dot{\phi}^* - \dot{\phi} \|^2}{D_\phi}, \text{ где } \dot{\phi}^* - \dot{\phi} = \{ A \cdot A^\# - E \} \cdot \dot{\phi}.$$

Величина ζ характеризует степень отклонения эмпирических данных от модели плоской волны, которое может быть обусловлено различными причинами: интерференцией нескольких мод, изменениями направления радиолуча в течение времени, соответствующего апертуре временного окна, дифракцией радиоволны на объектах, окружающих приемную антенну. В случае полностью хаотических, ненаправленных электромагнитных колебаний математическое ожидание ζ равно $(M-3)/M$, (M – число антенн).

В заключение два примера применения данных подходов к анализу экспериментальных данных, полученных на доплеровском фазоугломерного комплексе Казанского университета «Спектр». На рис. 1 приведена зависимость угла места доминирующей моды в дневные часы 8 сентября 2003 г. для радиотрассы Архангельск–Казань, 6160 кГц. Спектральная обработка данных проводилась при помощи модифицированного метода MUSIC с оцениванием ковариационной матрицы в пространстве вейвлет-коэффициентов сигнала [9]. При этом проводилась пороговая обработка и отбор значимых коэффициентов по алгоритму Донохо и Джонстона [8].

На рис. 2 приведен фрагмент spectroграммы сигнала наклонного зондирования ионосферы, полученный на этой же радиотрассе 10 сентября 2003 г. Можно видеть наличие близкорасположенных спектральных компонент, что осложняет оценивание угловых параметров. На рис. 3 приведен график временной зависимости угла места для наиболее интенсивной составляющей сигнала. Отметим, что кривая плавная и изменение угла места относительно невелико (около 0.4°). В то же время оценка, получаемая непосредственно по выражениям (4), дает для этих же данных колебания угла места с амплитудой $3-4^\circ$, что, по-видимому, обусловлено ошибками в оценке разностей фаз в результате интерференции двух близких спектральных компонент.

Таким образом, применение параметрических методов спектрального оценивания позволяет повысить точность оценивания углов прихода КВ-радиолуча, особенно в случаях сигналов со сложным модовым составом, а также эффективно разделять компоненты радиосигнала. Работа поддержана грантом РФФИ №05-05-64651.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афраймович Э.Л. Интерференционные методы радиозондирования ионосферы. М.: Наука, 1982. 198 с.
2. Соколовский В.И. Задачи оптимизации в спектральном оценивании // Распространение радиоволн в ионосфере. М.: ИЗМИРАН, 1989. С. 97–106.
3. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.
4. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, 1991. 432 с.
5. Плеухов А.Н., Бочкарев В.В., Кацевман М.М. и др. Спектральная обработка сигналов наклонного зондирования ионосферы с помощью параметрических методов // Изв. вуз-ов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 7. С. 607–616.
6. Голяндина Н.Э. Метод «Гусеница»-SSA: анализ временных рядов. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2004. 76 с.
7. Бочкарев В.В., Кацевман М.М., Петрова И.Р., Теплов В.Ю. Параметрическая спектральная обработка нестационарных сигналов с помощью непрерывного всплеск-преобразования // Прием и обработка информации в сложных информационных системах. 2001. № 21. С. 44–49.
8. Новиков И.Я., Протасов В.Ю., Скопина М.А. Теория всплесков. М.: Физматлит, 2006. 616 с.
9. Бочкарев В.В., Петрова И.Р., Теплов В.Ю. Адаптивное параметрическое спектральное оценивание нестационарных сигналов // Доклады 5-й Международной конф. «Цифровая обработка сигналов и ее применение». Москва, 2003. Т. 1. С. 97–99.

Казанский государственный университет,
vladimir.bochkarev@ksu.ru