Труды VIII Конференции молодых ученых. Секция «Физика околоземного космического пространства», БШФФ-2005. С. 118–120
УДК 621.371

О МОДЕЛИРОВАНИИ ХАРАКТЕРИСТИК СИГНАЛОВ ВНЗ С УЧЕТОМ РЕЛЬЕФА ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

А.В. Ойнац

ON MODELING OF CHARACTERISTICS OF SIGNALS OF OBLIQUE BACK SCATTER SOUNDING WITH CONSIDERATION FOR GROUND RELIEF

A.V. Oinats

В работе исследуется возможность учета рельефа земной поверхности при расчете характеристик сигналов ВНЗ. Для случая сферически симметричного волновода Земля-ионосфера в рамках метода нормальных волн получено выражение для рассеянного скалярного поля в приближении Кирхгофа. Предполагается, что при наличии неровной рассеивающей поверхности функция Грина мало отличается от соответствующей функции для случая гладкой поверхности. Проводится анализ полученного выражения для принимаемого сигнала и обсуждается возможность его использования.

Введение

Скалярное поле $U(\vec{r},\,\omega)$ в пространстве, ограниченном некоторой поверхностью Σ и не содержащем источников, удовлетворяет формуле Грина [1]:

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi}\oint\limits_{\Sigma}\left\{G(\vec{r},\vec{r}')\frac{\partial U(\vec{r}')}{\partial n} - U(\vec{r}')\frac{\partial G(\vec{r},\vec{r}')}{\partial n}\right\}dS. \quad (1)$$

Здесь $G(\vec{r},\,\vec{r}')$ – функция Грина, а $\dfrac{\partial}{\partial n}$ – производная по внешней нормали к поверхности Σ.

В задачах рассеяния (1) используется для определения рассеянного поверхностью поля, если на ней известны значения падающего поля и его нормальной производной. Если поверхность Σ не является замкнутой, ее дополняют частью плоскости Σ' и полусферой бесконечно большого радиуса $C_{R'}$ до замкнутой (см. рис. 1). При этом предполагается, что интеграл (1) по Σ' и $C_{R'}$ обращается в нуль. Указанные допущения являются основными при использовании приближения Кирхгофа, которое применимо при характерных размерах неровностей значительно превосходящих длину волны падающего поля.

Выражения для скалярного потенциала и функции Грина

Уравнение для скалярного потенциала электромагнитного поля в области «вне» источников имеет вид:

$$\Delta U(\vec{r},\omega) + \left(k^*\right)^2 U(\vec{r},\omega) = 0, \quad (2)$$

где k^* зависит от типа излучателя. Решение (2) в случае сферически-симметричного волновода Земля–ионосфера можно представить в виде ряда нормальных волн [2]:

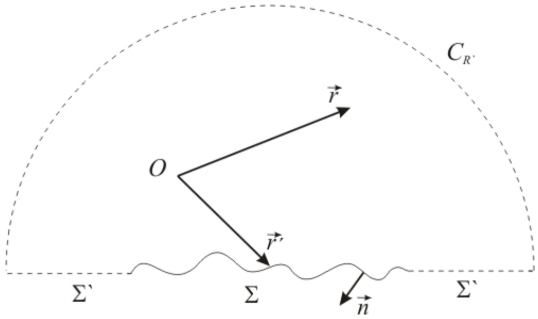

Рис. 1. Дополнение неровной поверхности до замкнутой.

$$U(y,\,\theta,\,\omega) = \frac{p_0 e^{i\frac{\pi}{4}}}{y_b^2 y a^3}\left(\frac{2\pi}{\sin\theta}\right)^{\frac{1}{2}}\sum_{n=n_1}^{n_m}\frac{R_n(y_b)R_n(y)}{\sqrt{\mathrm{Re}\,\nu_n}}e^{i\nu_n\theta}, \quad (3)$$

где $\nu_n = ka\gamma_n + i\nu_{2n}$ – собственные значения радиальной задачи, $r = ay$, p_0 – полный электрический или магнитный момент излучателей. Радиальная функция внутри волновода в ВКБ-приближении определяется выражением

$$R_n(y) = \frac{C_n(y)}{\sqrt[4]{Q(y,\gamma_n)}}\left[e^{iZ_n(y)} + e^{-iZ_n(y)}\right], \quad (4)$$

где

$$Q(y,\gamma_n) = \varepsilon' - \frac{\gamma_n^2}{y^2},\ \varepsilon' = 1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 q(y),$$

$$Z_n(y) = ka\int\limits_{y_{1n}}^{y}\sqrt{Q(y,\gamma_n)}.$$

Функцию Грина для (2) можно получить с помощью метода потенциалов [3]:

$$G = -\sum_{n=n_1}^{n_2}\frac{ay'}{4y}R_n(y')R_n(y)\frac{P_{\mu_n}(-\cos\chi(\vec{r},\vec{r}'))}{\sin\mu_n\pi}, \quad (5)$$

где $\chi(\vec{r},\,\vec{r}')$ – телесный угол. В азимутально-симметричном случае $\chi(\vec{r},\,\vec{r}') = \theta - \theta'$.

Используя асимптотическое разложение функций Лежандра при $\mu_n\theta >> 1$ и выбирая слагаемое, соответствующее распространению в направлении уменьшения θ, получим

$$G = -i\frac{ay'}{4y}e^{i\frac{\pi}{4}}\left(\frac{2}{\pi\sin(\theta-\theta')}\right)^{\frac{1}{2}}\sum_{n=n_1}^{n_m}\frac{R_n(y_b)R_n(y)}{\sqrt{\mathrm{Re}\,\nu_n}}e^{-i\nu_n(\theta-\theta')}. \quad (6)$$

Рассеяние на гладкой поверхности сферы

Учитывая, что для гладкой поверхности сферы $\dfrac{\partial}{\partial n} = \dfrac{\partial}{\partial r'} = \dfrac{1}{a}\dfrac{\partial}{\partial y'}$ и $dS = a^2\sin\theta' d\theta' d\varphi'$, и, подставив выражения для скалярного потенциала (3) и функции Грина (6) в соотношение (1), получим следующее выражение:

$$U(y,\,\theta,\,\omega) = \frac{p_0}{8\pi y_b^2 y}\sum_n\frac{R_n(y)}{\sqrt{\mathrm{Re}\,\nu_n}}\Phi_n(y_b,\theta)e^{-i\nu_n\theta}. \quad (7)$$

$$\Phi_n(y_b,\theta)=\sum_{n'}\frac{R_{n'}(y_b)}{\sqrt{\mathrm{Re}\,\nu_{n'}}}\left[y'^2R_n(y')\frac{dR_{n'}(y')}{dy'}-\right.$$
$$\left.-y'^2R_{n'}(y')\frac{dR_n(y')}{dy'}-2y'R_n(y')R_{n'}(y')\right]I_{nn'}(\theta), \tag{8}$$

$$I_{nn'}(\theta)=\oint_{\Sigma}\sqrt{\frac{\sin\theta'}{\sin(\theta-\theta')}}e^{i(\nu_n+\nu_{n'})\theta'}d\theta'd\varphi'. \tag{9}$$

Выражение для рассеянного поля (7) по своей структуре сходно с (3). Основное отличие в том, что вместо радиальной функции, рассчитываемой в точке излучения, в (7) присутствует функция $\Phi_n(y_b,\theta)$, которая определяется суммированием по номеру n' комбинаций радиальных функций и их производных. Функция $\Phi_n(y_b,\theta)$ является неким коэффициентом «перевозбуждения» нормальных волн в точке рассеяния. Множителем в (8) входит интеграл (9), который в приближении Кирхгофа, как указывалось, рассчитывается только в пределах рассматриваемой рассеивающей поверхности.

Выражение в квадратных скобках (8) можно упростить, если учесть граничные условия на поверхности Земли [2]. Например, для идеально проводящей поверхности производные от радиальных функций на поверхности обращаются в нуль, поэтому в (8) остается только слагаемое, содержащее произведение радиальных функций. В случае, когда поверхность обладает конечной проводимостью ε_t', для упрощения можно использовать приближенные импедансные граничные условия.

Если точки наблюдения и излучения совпадают, то интеграл (9) в случае рассеяния на гладкой поверхности сферы, вообще говоря, обращается в нуль, что естественно, так как рассеяние назад обусловлено именно неровностями поверхности.

Рассеяние на неровной поверхности сферы

Пусть поверхность задается функцией

$$f(r,\theta,\varphi)=r-\xi_0(\theta)-a=0, \tag{10}$$

где $\xi_0(\theta)$ определяет высоту неровностей относительно гладкой сферической поверхности. Предположим, что при выполнении условий $\xi_0(\theta) << a$ и $<\xi_0> = 0$ функция Грина при наличии неровностей (10) мало отличается от (6), соответствующей гладкой поверхности.

Единичный вектор нормали к неровной поверхности и производная по направлению нормали будут равны

$$\vec{n}=\frac{\vec{\nabla}f}{\left\|\vec{\nabla}f\right\|}=\frac{-\frac{1}{r}\frac{d\xi_0}{d\theta}\vec{e}_\theta+\vec{e}_r}{\sqrt{1+\frac{1}{r^2}\left(\frac{d\xi_0}{d\theta}\right)^2}},$$

$$\frac{\partial}{\partial n}F(r,\theta,\varphi)=(\vec{n}\cdot\vec{\nabla})F(r,\theta,\varphi)=\frac{\left[\frac{\partial}{\partial r}-\frac{1}{r^2}\frac{d\xi_0}{d\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\right]F(r,\theta,\varphi)}{\sqrt{1+\frac{1}{r^2}\left(\frac{d\xi_0}{d\theta}\right)^2}}, \tag{11}$$

где $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$ – единичные векторы. Вычисляя производные от (3) и (6) в соответствии с (11) и подставив их в соотношение (1), получим после приведения подобных членов

$$U(y,\ \theta,\ \omega)=\frac{p_0}{8\pi y_b^2 y}\frac{1}{a\sqrt{ka}}\sum_n\frac{R_n(y)}{\sqrt{\mathrm{Re}\,\nu_n}}\Phi_n(y_b,\theta)e^{-i\nu_n\theta}, \tag{12}$$

где

$$\Phi_n(y_b,\theta)=\sum_{n'}R_{n'}(y_b)J_{nn'}(\theta), \tag{13}$$

$$J_{nn'}(\theta)=\oint_{\Sigma}\sqrt{\frac{\sin\theta'}{\sin(\theta-\theta')}}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{(ay')^2}\left(\frac{d\xi_0}{d\theta}\right)^2}}\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Re}\,\nu_{n'}}}\times$$
$$\times\left[y'^2R_n(y')\frac{dR_{n'}(y')}{dy'}-y'^2R_{n'}(y')\frac{dR_n(y')}{dy'}-2y'R_n(y')R_{n'}(y')\times\right.$$
$$\left.\times\left\{1+\frac{1}{2}\frac{1}{ay'}\frac{d\xi_0}{d\theta}\left[i(\nu_n+\nu_{n'})+\frac{1}{2}(ctg(\theta-\theta')-ctg\theta')\right]\right\}\right]\times$$
$$\times e^{i(\nu_n+\nu_{n'})\theta'}d\theta'd\varphi'. \tag{14}$$

Интегрировать (14) можно численно для конкретного вида функции, задающей неровности поверхности (рельеф местности). Однако можно воспользоваться и приближенными методами интегрирования, обеспечивающими достаточную точность.

Рассмотрим для примера случай, когда приемник и передатчик совмещены ($\theta = 0$). Так как экспонента под знаком интеграла в (14) в декаметровом диапазоне является быстро осциллирующей функцией ($\mathrm{Re}\nu_{n,\,n'} \sim ka \sim 10^6$), то (14) можно приближенно проинтегрировать методом стационарной фазы [4]. При этом необходимо учитывать, что $y'=1+\frac{1}{a}\xi_0(\theta')$ также является функцией угла θ. В соответствии с (4) производная от выражения в экспоненте имеет вид

$$\frac{d\,\mathrm{Re}\,\psi(\theta')}{d\theta'}=\frac{d}{d\theta'}\mathrm{Re}\big[(\nu_n+\nu_{n'})\theta'\pm Z_n(y)\pm$$
$$\pm Z_n(y')\pm Z_{n'}(y')\big]. \tag{15}$$

Так как

$$\frac{dZ_n(y)}{d\theta}=\frac{dZ_n(y)}{dy}\frac{dy}{d\theta}=ka\sqrt{Q(y,\gamma_n)}\frac{1}{a}\frac{d\xi_0}{d\theta},$$

$\frac{1}{a}\frac{d\xi_0}{d\theta}=tg\alpha$, где α – угол наклона поверхности; $\mathrm{Re}\nu_{n,\,n'} = ka\gamma_n \approx ka\cos\beta_{s,\,I}$, где $\beta_{s,\,i}$ – углы рассеяния и падения, из (15) можно, в частности, получить

$$\frac{\beta_i+\beta_s}{2}=\frac{\pi}{2}-\alpha. \tag{16}$$

При выполнении в точке рассеяния θ_c условия (16), интеграл (14) будет отличен от нуля. Вычисляя в этой точке вторую производную (15) и вынося медленно меняющиеся члены в (14) за знак интеграла, получим выражение:

$$J_{nn'}(\theta) = -i\sqrt{\frac{\pi}{\frac{d^2\psi}{d\theta^2}}}\frac{2\Delta\varphi}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}\frac{1}{\sqrt{\operatorname{Re}\nu_{n'}}}\times$$
$$\times\left[y'^2 R_n(y')\frac{dR_{n'}(y')}{dy'} - y'^2 R_{n'}(y')\frac{dR_n(y')}{dy'} - \right. \qquad (17)$$
$$\left. - y' R_n(y') R_{n'}(y')\left\{2 + \frac{1}{y'} tg\alpha\left[i(\nu_n+\nu_{n'}) - ctg\theta_c\right]\right\}\right]\times$$
$$\times e^{i(\nu_n+\nu_{n'})\theta_c} F\left(\sqrt{\frac{1}{\pi}\frac{d^2\psi}{d\theta^2}}\frac{\Delta\theta}{2}\right),$$

где $F(x) = \int_0^x e^{i\frac{\pi}{2}t^2}dt$ – интеграл Френеля [4]; $\Delta\theta$ – интервал, существенный при интегрировании; $\Delta\varphi$ – ширина диаграммы направленности излучателя.

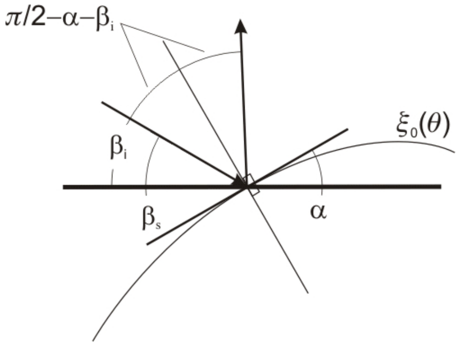

Рис. 2. Условие зеркального отражения в точку наблюдения.

Соотношение между углами (16), как иллюстрирует рис. 2, имеет место при зеркальном отражении падающей волны. Таким образом, интеграл (14) отличен от нуля только для такого значения n', для которого в точке рассеяния θ_c выполняется условие зеркального по отношению к волне n отражения в точку наблюдения. Для всех остальных n' интеграл равен нулю и поэтому сумма в (13) снимается. Этот результат можно интерпретировать еще и так: в точке рассеяния из всего спектра нормальных волн в «перевозбуждении» участвует только та, для которой выполняется условие зеркального отражения, т.е. фактически мы получили рассеяние по геометрооптическим законам.

Если экстремумов несколько, что соответствует наличию набора площадок с углами наклона, удовлетворяющими условию (16), то (14) можно разбить на сумму интегралов, а в (17) будет сумма вкладов от каждой площадки.

Распространение импульсного сигнала

Переход к полям, зависящим от времени, можно осуществить стандартным способом [2]. В случае распространения квазимонохроматического импульса $g(t) = g_0(t)\cos(\omega_0 t + \delta)$, где $g_0(t)$ – огибающая сигнала, для отдельного члена в сумме (12) при $\theta = 0$, в частности, получим:

$$U_{nn'}(y,0,t) = g_0\left(t - \theta_c\left(\frac{1}{\upsilon_n} + \frac{1}{\upsilon_{n'}}\right)\right)\times \qquad (18)$$
$$\times\operatorname{Re}\left[U_{nn'}(y,0,\omega_0)e^{-i\arg(U_{nn'}(y,0,\omega_0))}d\omega\right],$$

где $\upsilon_{n,n'} = \left(\frac{d\operatorname{Re}\nu_{n,n'}}{d\omega}\right)^{-1}_{\omega=\omega_0}$, а задержка рассеянного сигнала $T_{nn'} = \theta_c\left(\frac{1}{\upsilon_n} + \frac{1}{\upsilon_{n'}}\right) = \tau_n + \tau_{n'}$.

Заключение

Для случая сферически симметричного волновода Земля–ионосфера получено выражение для рассеянного от неровной поверхности Земли скалярного поля в приближении Кирхгофа. Высота неровностей поверхности считается зависящей только от θ.

Рассеянное поле в рамках указанных приближений формируется суммарным вкладом участков земной поверхности, для которых выполняется условие зеркального отражения поля в точку наблюдения. Это согласуется с хорошо известными результатами из геометрической оптики. Задержка импульса рассеянного сигнала определяется суммой задержек распространения в прямом и обратном направлениях.

Полученное выражение может быть полезно при моделировании характеристик сигнала ВНЗ ионосферы при рассеянии от выделенных неровностей рельефа.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 03-05-64527 и № 05-05-64634) и в рамках гранта НШ-272.2003.5 государственной поддержки ведущих научных школ Российской Федерации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Басс Ф.Г., Фукс И.М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.

2. Куркин В.И., Орлов И.И., Попов В.Н. Метод нормальных волн в проблеме коротковолновой радиосвязи. М.: Наука, 1981. 124 с.

3. Михайлов С.Я. Метод расчета пространственно частотного распределения характеристик КВ-сигнала в трехмерно-неоднородной ионосфере, основанный на волноводном подходе / Дисс. канд. ф.-м. наук. Иркутск. 1993.

4. Фейнберг Е.Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. М.: Издательство АН СССР, 1961. 546 с.

Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск