

УДК 537.591

## ГЕНЕРАЦИЯ ПИОНОВ В АДРОННЫХ КАСКАДАХ, ИНИЦИИРУЕМЫХ КОСМИЧЕСКИМИ ЛУЧАМИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

<sup>1</sup>А.А. Кочанов, <sup>2</sup>Т.С. Синеговская, <sup>1</sup>С.И. Синеговский

### PION PRODUCTION IN HADRON CASCADES GENERATED BY HIGH-ENERGY COSMIC RAYS IN THE EARTH ATMOSPHERE

<sup>1</sup>A.A. Kochanov, <sup>2</sup>T.S. Sinegovskaya, <sup>1</sup>S.I. Sinegovsky

В модели адронного каскада в атмосфере с отщепленной нуклонной компонентой получено приближенное решение уравнений переноса пионов от космических лучей (КЛ) при энергиях выше 10 ГэВ. Решение основано на преобразовании интегродифференциальных уравнений переноса частиц в систему нелинейных интегральных уравнений, содержащих Z-фактор, который непосредственно связан с эффективным пробегом поглощения. Метод позволяет решить задачу переноса пионов и нуклонов для произвольных сечений адрон-ядерных взаимодействий, формы спектра первичных КЛ и модели атмосферы.

The approximate solution was obtained for transport equation of the cosmic ray pions at energies above 10 GeV using the model of hadronic cascade in the atmosphere with decoupled nucleon component. The solution is based on transformation of the integro-differential transport equations to the system of nonlinear integral equations containing Z-factor, related to effective absorption length of a particle. The method allows to solve the problem of pion and nucleon transport through the atmosphere for any cross-section of hadron-nuclear interactions, and shape of a primary cosmic ray spectrum, and any model of the atmosphere.

#### Введение

Во взаимодействиях космических лучей с атмосферой Земли генерируются потоки вторичных нуклонов, а также нестабильных частиц, таких как пионы, каоны и очарованные адроны, в распадах которых рождаются нейтрино и мюоны. Измерение спектров и зенитно-угловых распределений атмосферных мюонов дает возможность исследовать параметры первичного космического излучения (энергетический спектр, химический состав) и взаимодействия частиц при высоких энергиях. В частности, сравнение измеряемых характеристик потоков с рассчитанными могут дать информацию о механизмах рождения чарма в адрон-ядерных столкновениях. Исследование рождения чарма представляет интерес не только для физики частиц, но и имеет важное прикладное значение в нейтринной астрономии высоких энергий, поскольку именно атмосферные нейтрино от распада очарованных частиц является основным источником фона при детектировании нейтрино внеземного происхождения. Атмосферные нейтрино являются сегодня одним из основных инструментов исследования нейтринных осцилляций. Поэтому уточнение энергетических спектров атмосферных нейтрино и их флейворного состава необходимо для ведущихся и планируемых экспериментов на подземных и глубоководных нейтринных телескопах.

Расчет адронной компоненты вторичных космических лучей является отдельным и важным этапом расчета потоков атмосферных мюонов и нейтрино. Сравнение рассчитанных спектров вторичных нуклонов и мезонов с экспериментальными данными могут дать ценную информацию о моделях ядерного каскада в атмосфере при высоких энергиях.

В данной работе получено приближенное решение уравнений переноса пионов в атмосфере при энергиях выше 10 ГэВ на основе подхода, разработанного для решения задачи переноса нейтрино в веществе [1]. В рамках этого подхода в работах [2, 3] была решена задача о переносе вторичных нуклонов

в атмосфере без упрощающих предположений о форме первичного спектра и поведении дифференциальных и полных сечений адрон-ядерных взаимодействий. Основная идея метода заключается в сведении интегро-дифференциальных уравнений переноса к нелинейному интегральному уравнению, содержащему Z-фактор – величину, непосредственно связанную с эффективными пробегами поглощения. Полученное интегральное уравнение решается затем простыми итерациями.

#### Решение системы кинетических уравнений пионов высоких энергий в атмосфере

Основными каналами генерации пионов в атмосфере являются взаимодействия нуклонов и пионов с ядрами атомов воздуха и распада каонов. Сформулируем основные положения используемой модели каскада [2, 3].

1) Используется одномерное приближение ядерного каскада (приближение «прямо–вперед») – при взаимодействии ультрарелятивистской частицы с ядром вторичная частица вылетает в направлении первичной. Это приближение основано на сильной анизотропии в угловом распределении вторичных частиц.

2) В рассматриваемом энергетическом интервале не учитываются потери энергии на электромагнитные взаимодействия, так как они малы по сравнению с характерным для сильного взаимодействия масштабом (~ 0.2 ГэВ).

3) Для энергий  $E > 1$  ГэВ геомагнитные поправки становятся несущественными.

4) Пренебрегаем вкладом процессов рождения иулон-антиулонных пар в мезон-ядерных взаимодействиях, что позволяет отщепить нуклонную часть каскада от пионной и каононой;

5) Учитываются вклады процессов регенерации и неупругой перезарядки пионов.

Система уравнений переноса пионов в атмосфере в рамках этой модели имеет вид:

$$\frac{\partial \pi^\pm(E, h, \theta)}{\partial h} = -\frac{\pi^\pm(E, h, \theta)}{\lambda_\pi(E)} - \frac{m_\pi \pi^\pm(E, h, \theta)}{p \tau_\pi \rho(h, \theta)} + \sum_i G_{i\pi^\pm}^{\text{int}}(E, h) + \sum_K G_{K\pi^\pm}^{\text{dec}}(E, h), \quad (1)$$

где  $\pi^\pm(E, h, \theta)$  – поток (спектр) заряженных пионов с энергией вблизи  $E$  на глубине  $h$ , распространяющихся под углом  $\theta$  ( $\theta$  отсчитывается от вертикали, проведенной через точку пересечения продолжения траектории частицы с поверхностью Земли);  $\lambda_\pi$  – средний пробег пиона до неупругого взаимодействия в воздухе,  $m_\pi$ ,  $\tau_\pi$ ,  $p$  – его масса, время жизни и импульс соответственно;  $\rho(h, \theta)$  – плотность воздуха на глубине  $h$  вдоль направления  $\theta$ . Первое слагаемое в правой части (1) отвечает поглощению пионов, второе – убыванию потока за счет распада пионов. Источниками пионов являются реакции рождения пионов  $i + A = \pi^\pm + X$  ( $i = p, n, \pi^\pm, K^\pm, K^0, \bar{K}^0$ ) и распады каонов  $K = K^\pm, K_L^0, K_S^0$ . Отвечающие этим источникам функции генерации  $G_{i\pi^\pm}^{\text{int}}(E, h)$  и  $G_{K\pi^\pm}^{\text{dec}}(E, h)$  имеют вид:

$$G_{i\pi^\pm}^{\text{int}}(E, h) = \frac{1}{\lambda_i(E)} \int_{E_i^{\text{min}}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_{iA}^{\text{in}}(E)} \frac{d\sigma_{i\pi^\pm}(E, E_0)}{dE} D_i(E_0, h) dE_0, \quad (2)$$

$$G_{K\pi^\pm}^{\text{dec}}(E, h) = B(K_{2\pi}) \frac{m_K}{\tau_K \rho(h, \theta)} \times \int_{E_{K_2}^{+(\pi)}}^{E_{K_2}^{-(\pi)}} \frac{dE_0}{p_0^2} F_{\pi^{K_{2\pi}}}(E, E_0) K(E_0, h, \theta) + B(K_{L,S}^0) \frac{m_K}{\tau_K \rho(h, \theta)} \times \int_{E_{K_3}^{+(\pi)}}^{E_{K_3}^{-(\pi)}} \frac{dE_0}{p_0^2} F_{\pi^{K_{L,S}^0}}(E, E_0) K_{L,S}^0(E_0, h, \theta), \quad (3)$$

где  $B(K_{2\pi})$  и  $B(K_{L,S}^0)$  относительные вероятности распадов  $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0$ ,  $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  и  $K_{L,S}^0 \rightarrow \pi^\pm \ell^\mp \nu_\ell$ , а  $m_K$ ,  $\tau_K$ ,  $E_0$ ,  $p_0$  – масса, время жизни, полная энергия и импульс каона соответственно. Функции  $D_i(E_0, h)$  и  $K(E_0, h, \theta)$ , стоящие под интегралами в (2) и (3) суть дифференциальные спектры частиц  $i$  и  $K$ , соответственно. Величина  $\frac{d\sigma_{i\pi}(E, E_0)}{dE}$  дается выражением:

$$\frac{d\sigma_{ij}(E, E_0)}{dE} = 2\pi \int_0^{p_T^{\text{max}}(ij)} \frac{p_T}{p_L} \left( E \frac{d^3\sigma_{ij}}{d^3p} \right) \Theta(p_L^{\text{min}}) dp_T,$$

где  $E \frac{d^3\sigma_{ij}}{d^3p}$  – инвариантное дифференциальное сечение инклюзивной реакции  $i + A \rightarrow j + X$ .

Пределы интегрирования в (1), (2) неодинаковы для разных реакций. В рамках кинематики  $NN$  – столкновения, которой мы ограничимся при расчетах,

$$E_{ij}^{\text{min}} = \frac{(m_N E_j - \Delta_{ij}) (E_j - m_N + p\sqrt{D_{ij}})}{2m_N E_j - m_N^2 - m_j^2},$$

$$\Delta_{ij} = \frac{m_i^2 + m_N^2 + m_M^2 - s_X^{\text{min}}}{(m_N E_j - \Delta_{ij})^2},$$

$$D_{ij} = 1 + \frac{m_i^2 (2m_N E_j - m_N^2 - m_j^2)}{(m_N E_j - \Delta_{ij})^2},$$

$$p_{T(ij)}^{\text{max}} = \sqrt{p_j^2 - \frac{[E_j(E_i + m_N) + s_i(s^2 + m_j - s_X^{\text{min}})]/2}{E_i^2 - m_i^2}}$$

$s_i^2 = m_i^2 + m_N^2 + 2m_N E_i$ ,  $s_X^{\text{min}}$  – минимальная недостающая масса для реакций  $i + A \rightarrow \pi^\pm + X$ ,  $m_N$  – масса нуклона.

Для расчетов было удобно ввести «спектральные функции»  $F_j^m(E, E_0)$ , где  $E$  – энергия вторичного пи-мезона, а  $E_0$  – энергии распадающейся частицы  $j = K^\pm, K_L^0, K_S^0$ ;  $m$  обозначает моды распада. Для двухчастичного распада  $K \rightarrow \pi_1 + \pi_2$  спектральные функции можно представить в виде:

$$F_{\pi_1}^{K_{2\pi}}(E_\pi, E_K) = \left( 1 + \frac{m_{\pi_1}^2}{m_K^2} - \frac{m_{\pi_2}^2}{m_K^2} \right)^{-1/2}. \quad \text{Явный вид}$$

$F_{\pi}^{K_{L,S}^0}(E, E_0)$  для полулептонных распадов каонов, представляющий собой достаточно громоздкое выражение, рассмотрен в [4, 5].

Пределы интегрирования в (3) равны

$$E_{K_2}^{\pm(\pi)} = \frac{(m_K^2 + m_{\pi_1}^2 - m_{\pi_2}^2) E \pm p \sqrt{(m_K^2 + m_{\pi_1}^2 - m_{\pi_2}^2)^2 - 4m_K^2 m_{\pi_1}^2}}{2m_{\pi_1}^2},$$

$$E_{K_3}^{\pm(\pi)} = \frac{(m_K^2 + m_\pi^2 - m_\ell^2) E \pm p \sqrt{(m_K^2 + m_\pi^2 - m_\ell^2)^2 - 4m_K^2 m_\pi^2}}{2m_\pi^2}.$$

Вклад в пионную компоненту от каонов мал, поэтому его можно учесть в качестве поправки. Решение системы (1) с граничными условиями  $\pi^\pm(E, h=0, \theta) = 0$  при отсутствии каонного источника пионов ищем в виде:

$$\pi^\pm(E, h, \theta) \simeq \frac{1}{2} [\Pi^+(E, h, \theta) \pm \Pi^-(E, h, \theta)].$$

Учитывая изотопическую симметрию  $\pi\pi$  – взаимодействий и пренебрегая распадами каонов и рождением пионов в процессах взаимодействия  $K^\pm + A \rightarrow \pi^\pm + X$ , приходим к следующей системе уравнений для функций  $\Pi^\pm(E, h, \theta)$ :

$$\frac{\partial \Pi^{\pm}(E, h, \theta)}{\partial h} = -\frac{\Pi^{\pm}(E, h, \theta)}{\lambda_{\pi}(E)} - \frac{m_{\pi}\Pi^{\pm}(E, h, \theta)}{p\tau_{\pi}\rho(h, \theta)} + G_{N\pi}^{\pm}(E, h) + \frac{1}{\lambda_{\pi}(E)} \int_0^1 \Phi_{\pi\pi}^{\pm}(E, x) \times \Pi^{\pm}(E/x, h, \theta) \frac{d x}{x^2} \quad (4)$$

где  $G_{N\pi}^{\pm}(E, h) = \sum_{i=p, n} G_{i\pi^{\pm}}^{\text{int}}(E, h) \pm \sum_{i=p, n} G_{i\pi^{\mp}}^{\text{int}}(E, h)$

$$\Phi_{\pi\pi}^{\pm}(E, x) = \frac{E}{\sigma_{\pi d}^{\text{in}}(E)} \times \left[ \frac{d \sigma_{\pi^{\pm}\pi^{\pm}}(E, E_0)}{d E} \pm \Theta(E_0 - E_0^{\text{min}}) \frac{d \sigma_{\pi^{\pm}\pi^{\mp}}(E, E_0)}{d E} \right]_{E_0=E/x}$$

Для решения уравнений (4) удобно ввести вспомогательные безразмерные функции

$$Z_{\pi\pi}^{\pm}(E, h, \theta) = \left( \Pi^{\pm}(E, h, \theta) \right)^{-1} \int_0^1 \Phi_{\pi\pi}^{\pm}(E, x) \Pi^{\pm}(E/x, h, \theta) \frac{d x}{x^2}, \quad (5)$$

тогда система (4) запишется в следующей форме:

$$\frac{\partial \Pi^{\pm}(E, h, \theta)}{\partial h} = -\frac{\Pi^{\pm}(E, h, \theta)}{\lambda_{\pi}(E)} - \frac{m_{\pi}\Pi^{\pm}(E, h, \theta)}{p\tau_{\pi}\rho(h, \theta)} + G_{N\pi}^{\pm}(E, h) + \frac{1}{\lambda_{\pi}(E)} Z_{\pi\pi}^{\pm}(E, h, \theta) \Pi^{\pm}(E, h, \theta). \quad (6)$$

Формальное решение (6) дается интегралом

$$\Pi^{\pm}(E, h, \theta) = \int_0^h d h' G_{N\pi}^{\pm}(E, h') \exp \times \left[ -\int_{h'}^h d h'' \left( \frac{1 - Z_{\pi\pi}^{\pm}(E, h'', \theta)}{\lambda_{\pi}(E)} + \frac{m_{\pi}}{p\tau_{\pi}\rho(h'', \theta)} \right) \right]. \quad (7)$$

Как и в случае нуклонной компоненты адронного каскада [2], решаем систему уравнений для пионов итерационным методом с нулевым приближением  $Z_{\pi\pi}^{\pm(0)}(E, h) = 0$ . В первом приближении источником пионов являются нуклоны, а процессы регенерации и перезарядки пионов не учитываются; тогда дифференциальный энергетический спектр пионов на глубине  $h$  в атмосфере в направлении с зенитным углом  $\theta$  равен

$$\Pi^{\pm(1)}(E, h, \theta) = \int_0^h dt G_{N\pi}^{\pm}(E, t) \exp \times \left[ -\int_t^h dh' \left( \frac{1}{\lambda_{\pi}(E)} + \frac{m_{\pi}}{p\tau_{\pi}\rho(h', \theta)} \right) \right], \quad (8)$$

$$Z_{\pi\pi}^{\pm(1)}(E, h, \theta) = \int_0^1 \Phi_{\pi\pi}^{\pm}(E, x) \eta_{\pi\pi}^{\pm(1)}(E, x, h, \theta) dx,$$

$$\eta_{\pi\pi}^{\pm(1)}(E, x, h, \theta) = \frac{\Pi^{\pm(1)}(E/x, h, \theta)}{x^2 \Pi^{\pm(1)}(E, h, \theta)}. \quad (9)$$

В следующих приближениях в качестве источ-

ника включаются процессы регенерации и перезарядки. Для  $n$ -го приближения имеем:

$$\Pi^{\pm(n)}(E, h, \theta) = \int_0^h d h' G_{N\pi}^{\pm}(E, h') \exp \times \left[ -\int_{h'}^h dh'' \left( \frac{1 - Z_{\pi\pi}^{\pm(n-1)}(E, h'', \theta)}{\lambda_{\pi}(E)} + \frac{m_{\pi}}{p\tau_{\pi}\rho(h'', \theta)} \right) \right], \quad (10)$$

$$Z_{\pi\pi}^{\pm(n)}(E, h, \theta) = \int_0^1 \Phi_{\pi\pi}^{\pm}(E, x) \eta_{\pi\pi}^{\pm(n)}(E, x, h, \theta) dx$$

$$\eta_{\pi\pi}^{\pm(n)}(E, x, h, \theta) = \frac{\Pi^{\pm(n)}(E/x, h, \theta)}{x^2 \Pi^{\pm(n)}(E, h, \theta)} \quad (11).$$

С помощью (10), (11) можно воспроизвести приближенные аналитические результаты ряда работ, в которых учитывался (в рамках той или иной модели) рост полных неупругих сечений взаимодействий пионов с ядрами воздуха (см., например, [6]).

### Заключение

Полученные результаты являются первым шагом в расчете функций генерации атмосферных мюонов и нейтрино. Следующими шагами должны стать расчет спектров атмосферных каонов и тяжелых короткоживущих очарованных адронов, которые при высоких и очень высоких энергиях становятся доминирующими источниками мюонов и нейтрино, наконец расчет высокоэнергетических потоков атмосферных мюонов и нейтрино. Последний расчет по-прежнему актуален: во-первых, появились новые измерения спектра первичных КЛ, во-вторых, результаты разных работ значительно отличаются друг от друга, и в третьих, возросла практическая значимость расчета потоков атмосферных нейтрино для задач нейтринной астрономии высоких энергий.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Naumov V.A., Perrone L. Neutrino propagation through dense matter // *Astropart. Phys.* 1999. V. 10. P. 239–252.
2. Наумов В.А., Синеговская Т.С. Элементарный метод решения уравнений переноса нуклонов космических лучей в атмосфере // *Ядерная физика.* 2000. Т. 63, № 11. С. 2020–2028.
3. Naumov V.A., Sinegovskaya T.S. Atmospheric proton and neutron spectra at energies above 1 GeV // *Proc. 27 ICRC. Hamburg, 7–15 Aug 2001.* P. 4173–4176; hep-ph/0106015.
4. Naumov V.A., Sinegovskaya T.S., Sinegovsky S.I. The  $K_{\ell 3}$  form factors and atmospheric neutrino flavor ratio at high energies // *Nuovo Cim. A.* 1998. V. 111. P. 129–147; hep-ph/9802410.
5. Наумов В.А., Синеговская Т.С., Синеговский С.И. Спектры вторичных частиц в  $K_{\ell 3}$  распадах // В сб. «Астрофизика и физика микромира. Материалы Байкальской школы по фундаментальной физике». Иркутск: изд-во ИГУ, 1998. С. 211–226.
6. Валл А.Н., Наумов В.А., Синеговский С.И. Адронная компонента космических лучей высоких энергий и рост неупругих сечений // *Ядерная физика.* 1986. Т. 44. С. 1240–1250.

<sup>1</sup>Иркутский государственный университет

<sup>2</sup>Иркутский государственный университет путей сообщения