

## РАССОГЛАСОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ В СРЕДАХ С ДИСПЕРСИЕЙ

Д.В. Иванов

### COMPLEX SIGNALS MISMATCH CAUSED BY PROPAGATION IN DISPERSIVE MEDIA

D.V. Ivanov

#### Введение

Известно, что расширение полосы сигнала дает ряд преимуществ радиотехническим системам. Однако при распространении от передатчика к приемнику в дисперсных средах широкополосные сигналы искажаются и происходит их рассогласование с излучаемым сигналом. В результате на выходе фильтра, согласованного с излучаемым сигналом, имеем взаимно корреляционную функцию (ВКФ), которая может значительно отличаться от автокорреляционной функции (АКФ). Один из основных подходов для практического использования широкополосных сигналов в средах с дисперсией основан на минимизации искажений путем выбора полосы сигнала, при которой искажения остаются незначительными. Такой подход стимулирует разработку ряда проблем.

Первая проблема связана с исследованием дисперсионных искажений широкополосных сигналов и с выработкой критериев оценки их значимости [1]. Обычно она решается путем сравнения формы искаженного сигнала с формой исходного сигнала [2–5]. Для этих целей обычно используется гауссов импульс, который при квадратичном по частоте разложении набега в среде фазы сохраняет свою форму, меняя только ширину. По этому уширению импульса можно судить о степени искажений. В случае широкополосных сигналов это свойство импульса не сохраняется и такой метод оценки искажений оказывается неприемлемым. Однако если ввести общее для импульсов любой формы определение длительности сигнала (см., например, [1]), то увеличение длительности импульса по-прежнему может служить оценкой степени искажений.

Другим более объективным методом оценки степени дисперсионных искажений является определение коэффициента корреляции между исходным и искаженным сигналами [1, 6]. Этот метод выглядит перспективным также и потому, что в процессе согласованной фильтрации вычисляется свертка искаженного и исходного сигналов, которая пропорциональна коэффициенту корреляции.

Для сигналов с ограниченным спектром, а большинство из них таковыми и являются, удобно является их разложение в ряд Котельникова. Тогда о степени искажения формы сигнала можно судить по поведению компонент этого ряда [4].

Еще один подход оценки искажений, развиваемый в настоящей работе, основан на анализе энергетических потерь при сжатии сложного сигнала из-за его рассогласования, вызванного распространением в дисперсной среде.

Целью работы является исследование оптимальных полос сложных сигналов на основе анализа потерь при их сжатии.

#### Особенности энергетических потерь при распространении сложных сигналов в средах с дисперсией. Оптимальные полосы сигналов

Рассмотрим потери из-за рассогласования в канале распространения сложных сигналов. Отметим, что при отсутствии дисперсионных искажений сигнал на выходе системы сжатия с точностью до постоянной равен его АКФ. Это, как показано в литературе [7, 8], при наличии аддитивного гауссового шума создает максимальное отношение пикового значения сигнала к средней мощности шума (отношение сигнал/шум). При наличии рассогласования в канале распространения сжатый сигнал соответствует уже ВКФ между излучаемым и принимаемым сигналами, которая при малых искажениях близка к АКФ и, следовательно, также имеет форму пика. Однако его амплитуда меньше, а ширина больше, чем у АКФ, в результате чего у радиотехнических систем возникают энергетические потери. Для задач обнаружения и выделения сигнала первостепенное значение имеет вопрос об изменении от рассогласования амплитуды ВКФ, а для задач разрешения – ее длительности. Рассмотрим подробно вопросы рассогласования в свете решения этих задач. Поскольку нас будут интересовать искажения на начальных стадиях, то для АЧХ –  $H_0(f)$  – и ФЧХ –  $\varphi(f)$  – многолучевых радиоканалов распространения на рабочей частоте  $f_p$  можно воспользоваться представлениями в виде многочленов Тейлора нулевой и второй степени (соответственно) относительно разности  $(f - f_p) = \Delta f$ :

$$\begin{aligned} H_{0j}(f) &\approx H_{0j}(f_p), \\ \varphi_j(f) &\approx \varphi_j(f_p) + 2\pi\tau_j(f_p) \cdot \Delta f + \pi s_j(f_p) \cdot \Delta f^2, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $j$  – номер принимаемого луча.

Введем понятие полосы когерентности  $\Delta f_{kj}$  радиоканала распространения, на краях которой набег нелинейной составляющей фазы равен 1 радиану, т.е.

$$\Delta f_k = 2 / \sqrt{\pi |s|}. \quad (2)$$

Воспользуемся комплексной моделью для следующих сложных сигналов:

$$a_T(t) = \left\{ \begin{array}{l} \exp\left(-\frac{t^2}{2T^2}\right) \cdot \exp i\pi(2f_p t + \dot{f}t^2), \quad (a) \\ a_0(t) \cdot \exp i\pi(2f_p t + \dot{f}t^2), \quad (б) \\ \sum_{k=1}^K a_k(t) \cdot \exp i2\pi(f_p + f_k)t, \quad (в) \\ \sum_{k=1}^K a_k(t) \cdot \exp i(2\pi f_p + \theta_k). \quad (г) \end{array} \right\} \quad (3)$$

В первом случае это ЛЧМ-импульс с гауссовой огибающей, во втором – прямоугольный ЛЧМ-импульс, в третьем – многоэлементный сигнал с дискретной частотно-кодовой манипуляцией (ДЧКМ) и в четвертом – фазоманипулированный (ФМ) многоэлементный сигнал. Здесь  $f_k$  – случайным образом выбранное значение частоты,  $\theta_k$  – фазы элемента сигнала, а  $K$  – количество элементов в сигнале. Для гауссового ЛЧМ-импульса  $2T$  равно длительности импульса на уровне 0.6; для прямоугольного  $a_0(t)$  отличается от нуля лишь на длительности импульса  $T$ . Для обоих ЛЧМ-сигналов  $\dot{f}$  – скорость изменения частоты.

Для третьего и четвертого сигналов:

$$a_k(t) = \begin{cases} 1 & \text{если } (k-1)T \leq t \leq kT, \\ 0 & \text{для всех других } t. \end{cases} \quad (4)$$

Найдя спектр сигнала при условии большой базы и далее рассматривая его прохождение в дисперсном канале с передаточной функцией в виде (1), а затем в фильтре, согласованном с излучаемым сигналом, в итоге для пиковой мощности получим следующие выражения:

$$P_1(\Delta f, \Delta f_{kj}) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi \Delta f T |H_0(f_p)|^2}{2[1+(p)^4]^{0.5}}, \quad (a) \\ \frac{4 \Delta f T |H_0(f_p)|^2 [C^2(X) + S^2(X)]}{X^2}, \quad (b) \\ \frac{K^2 |H_0(f_p)|^2 [C^2(Y) + S^2(Y)]}{Y^2}, \quad (c) \\ \frac{K^2 |H_0(f_p)|^2 [C^2(Z) + S^2(Z)]}{2}, \quad (z) \end{array} \right. \quad (5)$$

где  $C(V)$ ,  $S(V)$  – интегралы Френеля;  $V = \{X, Y, Z\}$ ;

$$X = \sqrt{2s_j} f T = 0.8 \Delta f / \Delta f_{kj} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} p = 0.8 p;$$

$$Y = \sqrt{2s_j} \Delta f / 2 \approx 0.8 \Delta f / \Delta f_{kj} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} p = 0.8 p;$$

$$Z = T / \sqrt{2s_j} = 0.63 \Delta f_{kj} / \Delta f = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{1}{p} = \frac{0.63}{p}$$

$K^2 = \Delta f / \pi$ , где  $\pi$  – скорость передачи информации, а  $p$  – коэффициент дисперсии радиоканала, равный отношению полосы канала к его полосе когерентности.

В каналах со слабой дисперсией, где  $p^2 \ll 1$ , пиковая мощность сжатого сигнала в первом, втором и третьем случаях растет пропорционально  $\Delta f$ . Действительно, раскладывая интегралы Френеля по малому аргументу в ряд Тейлора, получим

$$\begin{aligned} C^2(X) + S^2(X) &\approx X^2 + \pi^2 X^6 / 36 \approx X^2, \\ C^2(Y) + S^2(Y) &\approx Y^2, \end{aligned} \quad (6)$$

откуда имеем  $P_1 \propto \Delta f$ .

Случай фазоманипулированного сигнала требует отдельного исследования. Здесь при слабой дисперсии аргумент  $Z$  в интегралах Френеля стремится к

бесконечности. При этом интегралы имеют иную асимптотику:

$$\begin{aligned} C(Z) &\approx 0.5 + (1/\pi Z) \cdot \sin(\pi Z/2) + \dots \approx 0.5, \\ S(Z) &\approx 0.5 + (1/\pi Z) \cdot \cos(\pi Z/2) + \dots \approx 0.5. \end{aligned} \quad (7)$$

Учитывая только первые члены разложений, получим, что и в этом случае  $P_1 \propto \Delta f$ . Однако из-за тригонометрических функций в интегралах (7) при монотонном изменении полосы сигнала пиковая мощность на полосе когерентности будет испытывать вариации.

Для дисперсных каналов  $p^2 \gg 1$ , т.е. когда полоса канала превышает полосу когерентности, пиковая мощность сигнала убывает с ростом полосы. При этом для достаточно больших полос она во всех случаях убывает как  $(\Delta f)^{-1}$ . Однако в случае прямоугольного ЛЧМ-сигнала и ДЧКМ-сигнала она на начальном этапе за пределами полосы когерентности испытывает вариации из-за влияния тригонометрических функций в разложении (7). Это приводит к тому, что на начальном этапе  $\Delta f_{kj} \leq \Delta f$  скорость убывания мощности для этих сигналов увеличивается до  $-4$  степени. Проведенный анализ позволяет сделать важный вывод о том, что при увеличении полосы сигнала пиковая мощность сжатого сигнала имеет максимум. Таким образом, при работе в дисперсных каналах имеет место задача оптимальной полосы сигнала. Эта задача требует нахождения экстремума для пиковой мощности соответствующего сигнала при увеличении его полосы частот. На рис. 1 приведены графики зависимости мощности сжатого сигнала от занимаемой им полосы частот. Номера кривой соответствуют номерам сигналов в формуле (3).

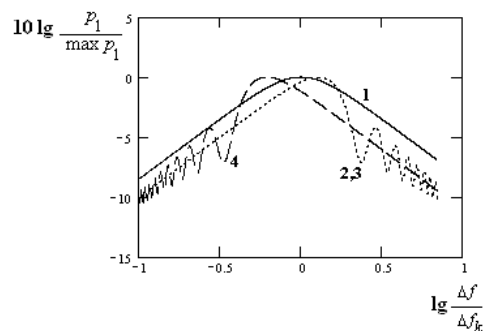


Рис. 1. Зависимость пиковой мощности сигнала от коэффициента дисперсии.

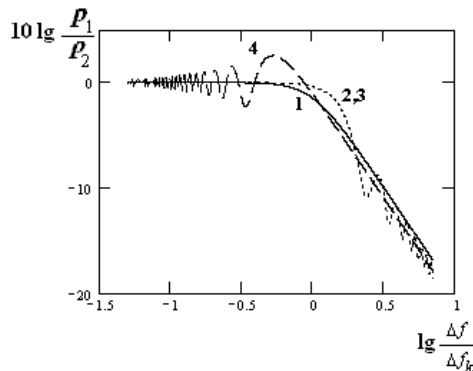


Рис. 2. Зависимость энергетических потерь сигнала от коэффициента дисперсии.

Таким образом, решение этой задачи для рассматриваемых сигналов приводит к следующим результатам для оптимальной полосы  $\Delta f = \Delta f_{\text{опт}}$ :

$$\Delta f_{\text{опт}} = \begin{cases} \Delta f_{\text{кж}}, & (a) \\ 1.25\Delta f_{\text{кж}}, & (б) \\ 1.25\Delta f_{\text{кж}}, & (в) \\ 0.63\Delta f_{\text{кж}}, & (г) \end{cases} \quad (8)$$

Отсюда следует, что оптимальная полоса сигнала полностью определяется полосой когерентности канала. Некоторые отличия оптимальных полос от полосы когерентности, как видно, связаны с «разрывами» для амплитуд излучаемых сигналов. В этом случае гауссова огибающая ЛЧМ-сигнала приводит к известному эффекту «сглаживания» и результаты расчетов для этого случая дают, как это видно из рис. 1, сглаженную оценку, согласно которой оптимальная полоса «сглаженного» сигнала совпадает с полосой когерентности канала распространения. Это особенно наглядно видно при исследовании коэффициента энергетических потерь  $q = 10 \lg(P_1/P_2)$  в зависимости от полосы сигнала, который равен отношению пиковых мощностей  $P_1$  и  $P_2$  искаженного и неискаженного сигналов. Выражения для него в случае исследуемых сигналов нетрудно получить, используя формулу (5):

$$q(\Delta f, \Delta f_{\text{кж}}) = \begin{cases} 10 \lg \{1 + (\Delta f / \Delta f_{\text{кж}})^4\}^{-2}, & (a) \\ 10 \lg \left( \frac{C^2(X) + S^2(X)}{X^2} \right), & (б) \\ 10 \lg \left( \frac{C^2(Y) + S^2(Y)}{Y^2} \right), & (в) \\ 10 \lg 2(C^2(Z) + S^2(Z)). & (г) \end{cases} \quad (9)$$

Анализ (9) показывает, что при достаточно больших значениях аргумента во всех случаях потери растут как  $(\Delta f)^2$ . Однако детальный анализ показывает, что при  $\Delta f \geq \Delta f_{\text{кж}}$  во втором и третьем случаях из-за влияния тригонометрических функций в разложении интегралов Френеля степень роста потерь в начале выше и составляет 5, а затем, только при  $\Delta f \geq 2 \cdot \Delta f_{\text{кж}}$ , степень становится равной двум. Задав величину допустимых энергетических потерь сигнала из-за дисперсии, можно определить предельные полосы сигналов. Например, выбрав допустимые потери – 1.5 дБ, для предельных полос сигналов получим следующие значения:

$$\Delta f_{\text{lim}} = \begin{cases} \Delta f_{\text{кж}}, & (a) \\ 1.4\Delta f_{\text{кж}}, & (б) \\ 1.4\Delta f_{\text{кж}}, & (в) \\ \Delta f_{\text{кж}}, & (г) \end{cases} \quad (10)$$

На рис. 2 приведены функции потерь для рассмотренных сигналов. Видно, что кривую потерь для гауссового ЛЧМ-сигнала можно рассматривать как результат «сглаживания» остальных кривых. Это позволяет сделать следующие два вывода:

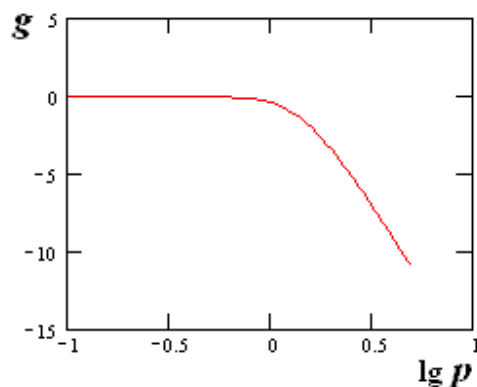


Рис. 3. Зависимость потерь разрешения от коэффициента дисперсии канала.

1. если при обработке в приемнике используется операция «сглаживания» сигнала, то результат для оптимальной полосы сигнала будет совпадать с первым случаем, т.е. оптимальная полоса «сглаженного» сигнала будет совпадать с полосой когерентности канала.

2. случай «сглаженного» сигнала позволяет получить «сглаженную» кривую потерь в разрешении из-за фазовой дисперсии среды распространения.

Если для коэффициента потерь в разрешении принять функцию  $g(p) = 10 \lg(T_2/T_1)$ ,  $T_{1,2}$  – длительность «сжатого» сигнала при распространении в дисперсной среде и в среде без дисперсии, то для сглаженной оценки (случай гауссового ЛЧМ-сигнала) этого коэффициента получим формулу

$$g(p) = 5 \lg \frac{4}{4 + p^4}. \quad (11)$$

На рис. 3 приведен график функции потерь разрешения из-за дисперсионных искажений. Из рис. 3 и формулы (11) видно, что кривая потерь за пределами полосы когерентности канала (с ростом  $\Delta f$ ) убывает как  $(\Delta f)^{-2}$ . Очевидно, что аналогичным образом будут расти потери в разрешении при использовании всех остальных рассмотренных сигналов, если они подвергаются процедуре «сглаживания» в приемнике.

### Выводы

На основе теоретического анализа влияния распространения ШПС с различными видами модуляции (ЛЧМ, ДЧКМ, ФМ) в КВ-канале на результаты оптимальной обработки в приемнике установлена связь между предельной полосой частот сигнала и полосой когерентности канала при условии 1.5 дБ потерь пиковой мощности сигнала на выходе приемника. Показано, что предельная полоса частот для ЛЧМ-сигнала с гауссовой огибающей и ФМ-сигнала равна полосе когерентности; для ЛЧМ-сигнала с прямоугольной огибающей и ДЧКМ-сигнала на 40 % больше полосы когерентности.

В случае превышения сигналом полосы когерентности КВ-канала пиковая мощность ШПС на выходе оптимального приемника уменьшается как  $(\Delta f)^{-2}$ .

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты: 05-07-90313 и 04-05-65120).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арманд Н.А. Распространение широкополосных сигналов в дисперсионных средах // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48, № 9. С. 1045–1057.
2. Иванов В.А., Рябова Н.В., Шумаев В.В. Основы радиотехнических систем ДКМ-диапазона: Уч. пособие МарГТУ. Йошкар-Ола, 1997. 204 с.
3. Park Ikmo, Yeh. K.C. Group paths and dispersion coefficients of pulsed radio signals reflected from model ionospheres // Radio Sci. 1990. V. 25, N 6. P. 1167–1174.
4. Арманд Н.А. Применение теоремы Котельникова к описанию дисперсии сигналов // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49, № 10. С. 1199–1204.
5. Иванов В.А., Куркин В.И., Носов В.Е. и др. ЛЧМ-ионозонд и его применение в ионосферных исследованиях (обзор) // Радиофизика. 2003. Т. 34, № 11. С. 919–952.
6. Орлов Ю.И. О геометрической теории дисперсионных искажений сигналов с ограниченным спектром // Радиофизика. 1982. Т. 25, № 6. С. 676–683.
7. Блаунштейн Н.Ш., Ерухимов Л.М., Иванов В.А. и др. Современные методы исследования динамических процессов в ионосфере. Кишинев: Штиинца, 1991. 287 с.
8. Вайнштейн Л.А. Распространение импульсов // УФН. 1976. Т. 118, № 2. С. 339–367.
9. Иванов В.А., Иванов Д.В., Колчев А.А. Исследование особенностей дисперсионных характеристик радиоканалов с помощью ЛЧМ-ионозонда // Радиофизика. 2001. Т. 34, № 3. С. 241–253.
10. Иванов В.А., Иванов Д.В., Колчев А.А. Коррекция широкополосных коротковолновых ионосферных радиоканалов // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48, № 6. С. 688–697.
11. El-Khamy S.E., Dobaie A.M. Propagation-medium matched direct-sequence (PM-MDS) spread spectrum signals // IEEE Trans. Antennas and Propag. 1991. V. 39, N 10. P. 1448–1456.

Марийский государственный технический университет,  
Йошкар-Ола